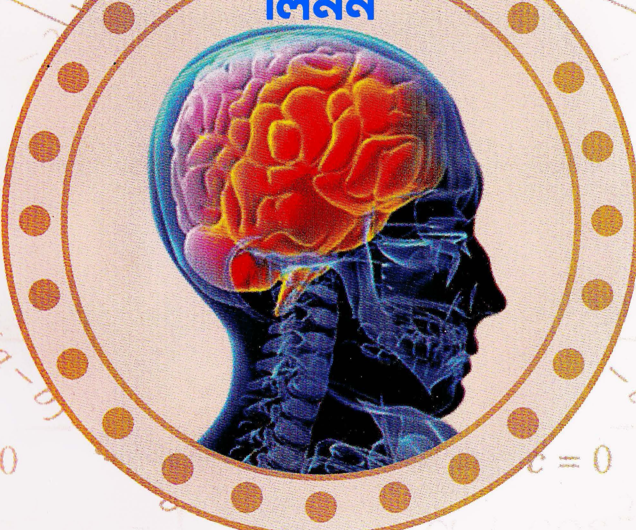
গণিত নিয়ে মজার খেলা

শুভ্র শ্যাম

একটি ব্রেমাশ নিবেদন

লিমন

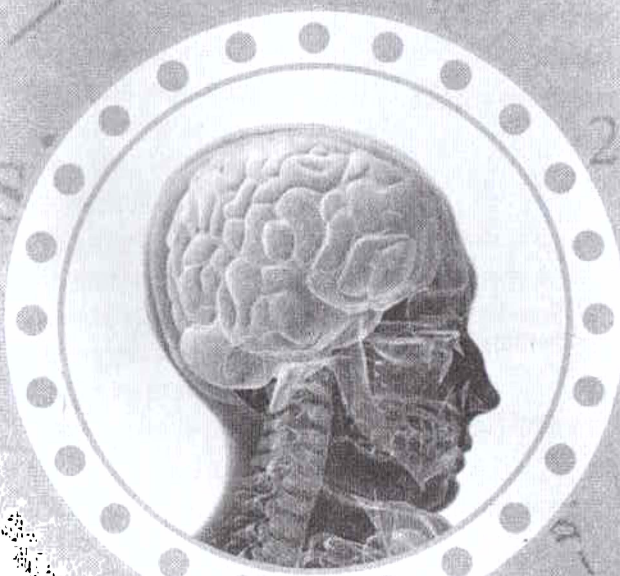


তোমার বন্ধু কী সংখ্যা ভেবেছে তা বলে দেওয়া যায়। প্রথমে তুমি বন্ধুকে বললে, তুমি একটা তিন অঙ্কের সংখ্যা লেখো। সংখ্যাটির পাশে আর একবার সেই সংখ্যা লেখো। এর ফলে ছয় অঙ্কের সংখ্যা হল।
এবার সংখ্যাকে ১৩ দ্বারা ভাগ করতে বলো। পুনরায় ভাগফলকে ১১ দ্বারা ভাগ করতে বলো।
ভাগফল যা পেল তা তোমাকে জানাতে বলো। তুমি ভাগফল জানার পর তাকে ৭ দ্বারা ভাগ করো। ভাগফলটি হচ্ছে তার ভাবা সংখ্যা।
উদাহরণ দিয়ে বোঝাচ্ছি।
মনে করো, তোমার বন্ধু ভেবেছে ৪৩৭। পুনরায় তার পাশে ৪৩৭ লিখলে সংখ্যাটি দাড়ায় ৪৩৭৪৩৭। যা ছয় অঙ্কের সংখ্যা হল।
সংখ্যাটিকে ১৩ দ্বারা ভাগ করতে বলা হল।
৪৩৭৪৩৭ ÷ ১৩ = ৩৩৬৪৯
পুনরায় ভাগফলকে ১১ দ্বারা ভাগ করতে বলা হল।
৩৩৬৪৯ ÷ ১১ = ৩০৫৯
ভাগফলটি তোমাকে জানাল। তুমি ৭ দিয়ে ভাগ করলে
৩০৫৯ ÷ ৭ = ৪৩৭
জানিয়ে দিলে তোমার বন্ধু ৪৩৭ ভেবেছে।
কেন এমনটি হয়েছে? আসল চাবিকাঠি ১০০১ সংখ্যাটি।
১০০১ কে ৪৩৭ দ্বারা গুণ করলে পাই
১০০১ × ৪৩৭ = ৪৩৭৪৩৭
১০০১ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে পাই
১০০১ = ১৩ × ১১ × ৭
তাই ১৩, ১১, ৭ দ্বারা পরপর ভাগ করলে মূল সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

প্রচ্ছদ ▪ মুহাম্মদ ইউছুফ

গণিত নিয়ে মজার খেলা

শুভ্র শ্যাম



শুভ্র প্রকাশ

গনিত নিয়ে মজার খেলা

শুভ্র শ্যাম

প্রকাশনায়

শুভ্র প্রকাশ, ৪৫ বাংলাবাজার, ঢাকা-১১০০।

প্রকাশক

শুভ্র শ্যাম

প্রথম প্রকাশ

একুশে বইমেলা ২০১১ইং

প্রচ্ছদ

ইউসুফ

স্বত্ব

লেখক

বর্ণবিন্যাস

সততা কম্পিউটার

বাঁধাই

মোকাদ্দেস বাইন্ডিং

মুদ্রণে

আল-ফয়সাল প্রেস

মূল্য

১২০.০০ টাকা মাত্র।

ISBN : 978-984-8881-08-04

Gonit Neia Mojar Khala by Shuvro Shyam, Published by Shuvro Shyam, Shuvro Prokash, 45 Banglabazar, Dhaka-1100. First Published 2011. Cover Design by mukto. Price :: Tk. 120.00 only.

সূ চি প ত্র

মার্বেল খেলা

মার্বেল তুলে নিয়ে খেলা

ধরো, একটি কৌটোয় 50টি মার্বেল আছে। কৌটো থেকে মার্বেল তুলতে হবে। কমপক্ষে একটি, বেশিপক্ষে তিনটি মার্বেল তুলে নেওয়া যাবে। শেষ মার্বেলটি যে তুলবে তারই জিত হবে। খেলাটি দু'জনের মধ্যে হবে। তুমি তোমার বন্ধু কল্যাণকে খেলায় অংশগ্রহণ করার জন্য আহ্বান করলে। যে কেউ কৌটো থেকে প্রথমে মার্বেল তুলে নিতে পারে। তারপর পর্যায়ক্রমে মার্বেল তোলা হবে। প্রথমে যদি তোমার পালা হয় তবে তুমি কোন নিয়মে তুলবে? আর যদি তোমার বন্ধু প্রথমে তোলে তা হলে তুমি তখন কী নিয়মে তুললে- তোমারই জিত হবে? এখন খেলাটি আরম্ভ করা যাক।

তোমার পালা প্রথমে এলে, তুমি তুলবে দুটি মার্বেল।

তোমার বন্ধু, কল্যাণ তুলল : একটি/ দুটি/ তিনটি

তুমি : তিনটি/ দুটি/একটি

কল্যাণ   একটি/ দুটি/ তিনটি

তুমি : তিনটি/ দুটি/ একটি

তোমার বন্ধু একটি তুললে তুমি তুলবে তিনটি। বন্ধু দুটি তুললে তুমিও দুটি তুলবে। বন্ধু তিনটি তুললে তুমি তখন একটি তুলবে। অর্থাৎ বন্ধু ও তোমার তোলা মার্বেলের সংখ্যা যেন 4টি হয়। এভাবে খেললে শেষ মার্বেলটি তুমিই তুলবে। তোলার ক্রম পর্যায়টি এই রকম

2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46, 50.

প্রথম তুমি তুলেছ 2টি। তারপর কল্যাণ ও তোমার তোলা মোট 4টি মার্বেল দ্বিতীয় পর্যায়ে তোলা হল। দ্বিতীয় পর্যায়ের শেষে হল 6টি। এই রকম তৃতীয় পর্যায়ের শেষে মোট 10টি মার্বেল তোলা হচ্ছে এবং এই 6ষ্ঠ, 10ম, 18তম, ইত্যাদি মার্বেলটি তুমিই তুলছ। এই রকম পর্যায়ক্রমে তোলার পর যখন 46 তম মার্বেলটি তুমি তুলে নেবে অর্থাৎ মোট 46টি মার্বেল তোলা হয়ে যাবে। তখন বন্ধু একটি, দুটি বা তিনটি যাই তুলুক না কেন, তুমি তিনটি, দুটি, একটি তুললে 50তম মার্বেল অর্থাৎ শেষ মার্বেলটি তুলবে।

এ তো গেল তোমার পালা প্রথমে হলে। যদি তোমার বন্ধুর পালা প্রথমে হয় তবে তোমাকে লক্ষ রাখতে হবে তুমি তোলার ক্রম পর্যায়ের সংখ্যাকে যেন ধরতে পারো। অর্থাৎ 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46 কে ধরতে পারো।

মনে করো তোমার বন্ধু প্রথমে একটি তুলল। তখন তুমি একটি তুললে, অর্থাৎ দ্বিতীয় মার্বেল তুলে নেওয়ায় প্রথম পর্যায়কে ধরে নিতে পারলে। কিন্তু সে যদি প্রথম 2টি তোলে তাহলে তখন তুমি 1টি/2টি/3টি যা ইচ্ছে তুলতে পারো। তোমার বন্ধু যদি ষষ্ঠ মার্বেল তুলে ফেলে তা হলে তুমি দ্বিতীয় পর্যায়ের ক্রমকে ধরতে পারলে না। তোমাকে পর পর খেলে যেতে হবে যাতে তুমি পর্যায়ের সংখ্যাকে ধরতে পারো। তারপর যথারীতি পূর্বের নিয়মে খেলে যাবে এবং শেষে মার্বেলটি তুমিই তুলবে।

এই খেলায় তোমার পালা প্রথমে এলে তুমি পর্যায়ক্রমে ধরে ধরে খেলে যাবে। আর যদি তোমার বন্ধুর প্রথমে পালা হয় তা হলে খেলায় সমস্যা আছে– খেলে খেলে ক্রমসংখ্যাকে ধরতে হবে।

খেলাটিতে শর্ত যদি এমন হয় যে, ৩টির বদলে ৪টি মার্বেল পর্যন্ত তোলা যাবে, তখন তুমি কী নিয়মে খেলবে?

এই খেলায় তোমার বন্ধুর প্রথমে পালা হলে তুমি তখন সহজে পর্যায়ক্রমে ধরে ধরে খেলে যেতে পারবে। পর্যায়ক্রমে সংখ্যা 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 এই রকম। দেখতে পাচ্ছ প্রথমে '0', অর্থাৎ তোমাকে প্রথমে তুলতে হচ্ছে না। তাই তোমার বন্ধুকে প্রথমে তোলার জন্য আহ্বান করতে হবে।

কল্যাণ : এক/দুই/ তিন/চার তুলতে পারে।

তুমি : চার/তিন/দুই/এক তুলবে।

বন্ধুর ও তোমার মোট তোলা হবে পাঁচটি। তুমিই মার্বেলটি তুলছ। এইভাবে খেলে যেতে হবে। যদি তুমি প্রথমে তুলতে যাও তা হলে পর্যায়ক্রমে সংখ্যা ধরার সমস্যা আছে। তোমাকে পরপর খেলে যেতে হবে যাতে কোনো ক্রমকে ধরতে পারো।

আর একটি উদাহরণ দিচ্ছি।

মনে করো, কৌটোয় 75টি মার্বেল আছে। 6 টির বেশি তোলা যাবে না।

তোমার ক্রম হল 5, 12, 19, 26, 33, 40, 47, 54, 61, 68, 75. প্রথমে তোলার পালায় তুলবে ৫টি। তারপর তোমার বন্ধু যাই তুলুক না কেন তুমি দ্বিতীয় পর্যায়ের সপ্তম মার্বেলটি (ক্রম পর্যায়ের 12 তম) তুলবে। প্রথমে তোমার বন্ধুর পালা হলে সতর্কতার সঙ্গে খেলে ক্রম পর্যায়ের সঙ্গে সমতা আনতে হবে।

এবার নিশ্চয় খেলার রহস্যটি বুঝতে পারলে।

খেলার রহস্যা বা চাবিকাঠি হচ্ছে পর্যায়ক্রমে সংখ্যা। পর্যায়ক্রম সংখ্যা ধরতে পারলে সহজেই খেলা চালিয়ে জয়ী হবে।

এখন পর্যায়ক্রম সংখ্যা কীভাবে বের করা যায়? এ বিষয় আলোচনা করার আগে খেলার কতগুলি শর্ত বা নিয়ম জানা দরকার।

শর্তগুলি এই রকম

1. খেলাটি দু'জনের মধ্যে হবে।

2. খেলাতে মোট কয়টি মার্বেল তোলা হবে? অর্থাৎ মোট কয়টি মার্বেলের খেলা?

3. খেলাতে সর্বাপেক্ষা বেশি কয়টি মার্বেল একসঙ্গে তোলা হবে অর্থাৎ কেউ একজন কত বেশি মার্বেল তুলতে পারে?

4. প্রথমে কার পালা হবে?

5. শেষ মার্বেল যে তুলবে তার জিত হবে।

খেলার আগে শর্তগুলি ঠিক করতে হবে। ধরো, 1. খেলাটি তোমার ও তোমার বন্ধুর সঙ্গে হচ্ছে। 2. খেলাতে 75টি মার্বের তোলা হবে। 3. খেলাতে 6টির অধিক তোলা যাবে না। 4. প্রথমে তোমার পালা।

এবার তুমি কী নিয়মে খেলবে? খেলায় জয়ী হতে গেলে পর্যায়ক্রমে সংখ্যাগুলি জানা দরকার।

পর্যায়ক্রম সংখ্যাগুলি বের করার নিয়মটি এই রকম–

75টি মার্বেল এবং 6 টির অধিক তোলা যাবে না। এক্ষেত্রে ধরতে হবে 6 + 1 = 7।

75 কে 7 দিয়ে ভাগ করায় ভাগশেষ থাকে 5, তারপর 7 যোগ করে যেতে হবে। তার হলে পাচ্ছি 5, 12, 19, 26, 33, 40, 47, 54, 61, 68, 75.

যদি 3 এর অধিক তোলা যাবে না খেলাটির শর্ত হয় তখন ক্রমপর্যায় 3 + 1 = 4, 75 কে 4 দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ পাই, 3, তারপর 4 যোগ করে যেতে হবে।

3, 7, 11, 15,19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, 51, 55, 59, 63, 67, 71, 75.

ক্রমপর্যায় সংখ্যা কীভাবে বের করা যায় শিখলে। শুধু শিখলে বা জানলে হবে না, ব্যবহার করার জন্য বুদ্ধি বা কৌশল প্রয়োগ করতে হবে। খেলার শর্ত হচ্ছে, 6 টির বেশি তোলা যাবে না। তোমার পালা প্রথমে, তাই তুমি প্রথমে পাঁচটি মার্বেল তুলে নেবে। তারপর তোমার বন্ধু যাই তুলুক না কেন, তোমার ও তোমার বন্ধুর মোট তোলা যেন 7টি হয়। তোমার বন্ধু হয়তো 4টি তুলল তখন তুমি তুলবে 3টি। অর্থাৎ দ্বিতীয় পর্যায়ে, তোমার বন্ধু ও তোমার তোলা হল 7টি। দ্বিতীয় পর্যায়ের শেষে মোট তোলা হল 12টি।

আর একটি বিষয় এখানে আলোচনা করি, তা হচ্ছে খেলার পালা কার কাছে বর্তাচ্ছে। লটারি করা যায়, কে প্রথমে খেলবে? লটারি যদি না হয়, তবে যে কেউ প্রথমে খেলতে পারে। ভাগশেষ শূন্য না হলে, প্রথমে তুমি খেলা আরম্ভ করলে, প্রথমেই পর্যায়ক্রমের সংখ্যা ধরে নিতে পারছ। তারপর তোমার বন্ধু ও তোমার তোলার সমষ্টি নির্দিষ্ট ধরে ধরে যেতে হবে। তা হলে পর্যায়ক্রমের প্রথম সংখ্যা 0 না হলে তুমি আগে আরম্ভ করলে বাড়তি সুবিধা তুমিই পাচ্ছ।

পর্যায়ক্রমে প্রথম সংখ্যা 0 হলে তোমার বন্ধুকে আগে আমন্ত্রণ করো। সে আগে খেলুক, তারপর তুমি খেলবে। সে যাই তুলুক না কেন, তুমি তারপর এমন তুলবে যাতে বন্ধুর ও তোমার তোলার সমষ্টি দ্বিতীয় পর্যায়ের ক্রমে আসে।

খেলার শর্তগুলির মধ্যে গুরুত্বপূর্ণ হচ্ছে মোট কয়টি মার্বেল তোলা হবে এবং সর্বাপেক্ষা বেশি কয়টি একসঙ্গে তোলা হবে। এই দুটি শর্ত খেলার আগে অবশ্যই ঠিক করতে হবে। শর্ত দুটি ঠিক করার পর তুমি নিশ্চয়ই মনে মনে ক্রমপর্যায় সংখ্যাগুলি বের করতে পারবে। পূর্বের বর্ণনা অনুযায়ী খেলে যাবে।

এখন বুঝতে পারছ যতগুলি ইচ্ছা মার্বেল এবং খেলার যেকোনো শর্তে তুমি খেলাটা করতে পারবে এবং নিশ্চিত জয়ী হবে।

বিপরীত খেলা

খেলাটি যদি বিপরীত হয় অর্থাৎ পঞ্চম শর্তটি এমন হয় যে, শেষ মার্বেলটি যে তুলবে সে হারবে। শেষে যে তুলবে সে হারবে– এই খেলায় যদি সর্বমোট 50টি মার্বেল নিয়ে খেলা হয় এবং খেলার শর্ত যদি এমন হয় যে 3 টির অধিক একসঙ্গে তোলা যাবে না, তা হলে ঠিক পূর্বের মতো খেলে যেতে হবে, কিন্তু 50 টির কথা না ভেবে $50 - 1 = 49$ টি মার্বেল তোলার জন্য খেলছি– মনে মনে এই ভাবতে হবে।

$3 + 1 = 4$, $49 \div 4$ এর ভাগশেষ $= 1$

ক্রমপর্যায় : 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49.

তুমি পর্যায়ক্রম ধরে ধরে খেলে গেলে 49 তম মার্বেলটি তুমি তুলছ, তারপরই শেষ 50 তম মার্বেলটি তোমার বন্ধু তুলছে।

মার্বেল ভরার খেলা

মার্বেল তুলে নিয়ে খেলার মতো মার্বেল ভরতে দিয়েও খেলা করা যায়। পূর্বের খেলার মতো এই খেলার একই নিয়ম, একই শর্ত। তফাৎ কেবল, শেষ মার্বেলটি যে ভরবে সেই জিতবে বা হারবে।

শর্তগুলি পুনর্বার উল্লেখ করছি

1. খেলাটি দু'জনের মধ্যে হবে।

2. খেলাতে মোট কয়টি মার্বেল ভরা হবে?

3. খেলাতে সর্বাপেক্ষা বেশি কয়টি মার্বেল একসঙ্গে কেউ ভরতে পারবে?

4. প্রথমে কার পালা হবে?

5. নিচের যেকোনো একটি শর্ত গ্রহণ করতে হবে

(i) শেষ মার্বেল যে ভরবে সে জিতবে।

(ii) শেষ মার্বেল যে ভরবে সে হারবে।

সংখ্যা বলার খেলা

প্রথম খেলা

মার্বেল বা গুটি ছাড়া সংখ্যা পরপর বলে খেলাটি করা যায়। সব জায়গায়, সব সময় মার্বেল, কৌটো পাওয়া যায় না। বিদ্যালয়ে বিরতির সময়, আড্ডায়, মসলিসে, মার্বেল কি সব সময় হাতের কাছে থাকে? তখন যদি ওই রকম খেলতে চাও তবে কীভাবে খেলবে? তাই আলোচনা করছি।

সংখ্যা পর পর বলে খেলতে পারো।

খেলার শর্তটি পূর্বের খেলার মতো

1. খেলাটি দু'জনের মধ্যে হবে।

2. খেলাতে মোট কত সংখ্যা পর্যন্ত বলা হবে, তা পূর্বে ঠিক করতে হবে।

3. সর্বাপেক্ষা বেশি একজন কত সংখ্যা পর পর বলতে পারবে তা ঠিক করা প্রয়োজন।

4. প্রথমে কার পালা হবে?

5. সর্বশেষ সংখ্যা যে বলবে তারই জিত হবে।

ধরো, 25 পর্যন্ত সংখ্যা বলা হবে। 3 এর অধিক সংখ্যা একসঙ্গে বলা যাবে না। তুমি তোমার বান্ধবী মিঠুর সঙ্গে খেলছ। তুমি প্রথমে আরম্ভ করো, তবে নিচের মতো বলে গেলে– অবশ্যই জিতবে।

তুমি   এক
মিঠু   দুই, তিন
তুমি   চার, পাঁচ
মিঠু   ছয়, সাত, আট
তুমি   নয়
মিঠু   দশ, এগারো
তুমি   বারো, তেরো
মিঠু   চৌদ্দ
তুমি   পনেরো, ষোলো, সতেরো
মিঠু   আঠারো, উনিশ, কুড়ি
তুমি   একুশ
মিঠু   বাইশ
তুমি   তেইশ, চব্বিশ, পঁচিশ।

এই খেলায় মিঠু কোনো সময়ে, একটি, দুটি, তিনটি সংখ্যা বলছে। কিন্তু তার বলা সংখ্যা নির্দিষ্ট না করে যা ইচ্ছে যদি বলতে থাকে তবে তুমি কীভাবে বলবে?

তুমি এক
মিঠু দুই/দুই, তিন/দুই, তিন, চার
তুমি তিন, চার, পাঁচ/চার, পাঁচ/পাঁচ
মিঠু ছয়/ছয়,সাত/ছয়, সাত, আট
তুমি সাত, আট, নয়/আট, নয়/নয়
মিঠু দশ/দশ, এগারো/দশ,এগারো, বারো
তুমি : এগারো, বারো, তেরো/ বারো, তেরো/ তেরো
মিঠু চৌদ্দ/দৌদ্দ, পনেরো/চৌদ্দ, পনেরো, ষোলো
তুমি : পনেরো, ষোলো, সতেরো/ষোলো, সতেরো/সতেরো
মিঠু আঠারো/আঠারো, উনিশ/আঠারো, উনিশ/কুড়ি
তুমি উনিশ, কুড়ি, একুশ/কুড়ি, একুশ/একুশ
মিঠু বাইশ/বাইশ, তেইশ/বাইশ, তেইশ, চব্বিশ
তুমি তেইশ, চব্বিশ, পঁচিশ/চব্বিশ, পঁচিশ/পঁচিশ

প্রথমে তুমি এক বলবে। মিঠু যদি দুই বলে, তুমি বলতে তিন, চার, পাঁচ। মিঠু দুই, তিন বললে, তুমি বলবে চার, পাঁচ। মিঠু দুই, তিন, চার বললে তুমি বলবে পাঁচ। তুমি বুঝতে পারছ, দ্বিতীয় পর্যায়ের শেষে তুমি যেন পাঁচ বলতে পারো।

এই বলার পর্যায়ক্রম সংখ্যা হল 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25.

আর একটি উদাহরণ দিচ্ছি।

* 45 পর্যন্ত সংখ্যা বলা যাবে এবং 5 টির অধিক সংখ্যা বলা যাবে না। খেলাটি মনে করো, সীতা মাণ্ডী ও গীতা দে'র মধ্যে হচ্ছে। প্রথমে সীতার পালা হলে, সে আরম্ভ করবে এই রকম

রহিম এক, দুই, তিন

করিম চার/চার, পাঁচ/চার, পাঁচ, ছয়/চার, পাঁচ, ছয় সাত/ চার, পাঁচ, ছয়, সাত, আট

রহিম পাঁচ, ছয়, সাত, আট, নয়/ ছয়, সাত, আট, নয়/ সাত, আট, নয়/আট, নয়/নয়

করিম দশ/দশ, এগারো/ দশ, এগারো, বারো/দশ, এগারো, বারো, তেরো/ দশ, এগারো, বারো, তেরো, চৌদ্দ

রহিম এগারো, বারো, তেরো, চৌদ্দ, পনেরো/ বারো, তেরো, চৌদ্দ, পনেরো/ তেরো, চৌদ্দ, পনেরো/ চৌদ্দ, পনেরো/ পনেরো

করিম ষোলো/ ষোলো, সতেরো/ ষোলো, সতেরো, আঠারো/ষোলো, সতেরো, আঠারো, উনিশ/ ষোলো, সতেরো, আঠারো, উনিশ, কুড়ি

রহিম সতেরো, আঠারো, উনিশ, কুড়ি, একুশ/ আঠারো, উনিশ, কুড়ি, একুশ/উনিশ, কুড়ি, একুশ/ কুড়ি, একুশ/ একুশ

করিম বাইশ/বাইশ, তেইশ/ বাইশ, তেইশ, চব্বিশ/বাইশ, তেইশ, চব্বিশ, পঁচিশ/ বাইশ, তেইশ, চব্বিশ, পঁচিশ, ছাব্বিশ

রহিম তেইশ, চব্বিশ, পঁচিশ, ছাব্বিশ, সাতাশ/ চব্বিশ, পঁচিশ, ছাব্বিশ, সাতাশ/পঁচিশ, ছাব্বিশ, সাতাশ/ ছাব্বিশ, সাতাশ/সাতাশ

করিম আটাশ/আটাশ, ঊনত্রিশ/ আটাশ, ঊনত্রিশ, ত্রিশ/ আটাশ, ঊনত্রিশ, ত্রিশ, একত্রিশ/ আটাশ, ঊনত্রিশ, ত্রিশ, একত্রিশ, বত্রিশ

রহিম ঊনত্রিশ, ত্রিশ, একত্রিশ, বত্রিশ, তেত্রিশ/ত্রিশ, একত্রিশ, বত্রিশ, তেত্রিশ/একত্রিশ, বত্রিশ, তেত্রিশ/বত্রিশ, তেত্রিশ/ তেত্রিশ

করিম চৌত্রিশ/চৌত্রিশ, পঁয়ত্রিশ/চৌত্রিশ, পঁয়ত্রিশ, ছত্রিশ/চৌত্রিশ, পঁয়ত্রিশ, ছত্রিশ, সাঁইত্রিশ/ চৌত্রিশ, পঁয়ত্রিশ, ছত্রিশ, সাঁইত্রিশ, আটত্রিশ

রহিম পঁয়ত্রিশ, ছত্রিশ, সাঁইত্রিশ, আটত্রিশ, ঊনচল্লিশ/ ছত্রিশ, সাঁইত্রিশ, আটত্রিশ, ঊনচল্লিশ/ সাঁইত্রিশ, আটত্রিশ, ঊনচল্লিশ/আটত্রিশ, ঊনচল্লিশ/ ঊনচল্লিশ

করিম : চল্লিশ/চল্লিশ, একচল্লিশ/ চল্লিশ, একচল্লিশ, বিয়াল্লিশ/চল্লিশ, একচল্লিশ, বিয়াল্লিশ, তেতাল্লিশ/চল্লিশ, একচল্লিশ, বিয়াল্লিশ, তেতাল্লিশ, চুয়াল্লিশ

রহিম একচল্লিশ, বিয়াল্লিশ, তেতাল্লিশ, চুয়াল্লিশ, পঁয়তাল্লিশ/বিয়াল্লিশ, তেতাল্লিশ, চুয়াল্লিশ, পঁয়তাল্লিশ, তেতাল্লিশ, চুয়াল্লিশ, পঁয়তাল্লিশ/চুয়াল্লিশ, পঁয়তাল্লিশ/পঁয়তাল্লিশ ।

এই খেলায় জয়লাভ সেই করতে পারবে যে পর্যায়ক্রমের সংখ্যা ধরে ধরে বলে যেতে পারবে। পর্যায়ক্রম সংখ্যা হল 3, 9, 15, 21, 27 33, 39, 45.

পর্যায়ক্রম সংখ্যা বের করার নিয়ম পূর্বের খেলার মতো (মার্বেল তুলে নিয়ে খেলা)।

আর একবার আলোচনা করছি

45 পর্যন্ত সংখ্যা বলা হবে। 5 টির অধিক বলা যাবে না। 45 কে (5 + 1) দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ পাই 3, 3 টির সঙ্গে 6 যোগ করে পাই

3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45.

যদি প্রথমে তোমার বলার সুযোগ না থাকে, তোমার বন্ধু বলার জন্য প্রথমে যদি সুযোগ পায় তবে পর্যায়ক্রমে সংখ্যা বলার জন্য তোমাকে সচেষ্ট হতে হবে। যদি তিন, নয়, পনেরো, বলতে না পারো তবে তার পরের সংখ্যা বলার সচেষ্ট হতে হবে। এই পর্যায়ক্রম সংখ্যা বিন্যাসে কোনো একটি সংখ্যা ধরতে পারলে তখন পরপর সংখ্যাগুলি তুমি অবশ্যই ধরে বলতে পারবে।

দ্বিতীয় খেলা

খেলাটি যদি বিপরীত হয় অর্থাৎ সর্বশেষ সংখ্যা যে বলবে সে হারবে। আর সব শর্তগুলি একই থাকছে, কেবল 5 নং শর্তটি আলাদা বা বিপরীত হচ্ছে।

ধরা যাক, যে 45 বলবে সে হারবে। খেলার কৌশল এমনভাবে রচনা করতে হবে যে তুমি 44 বলছ এবং তারপর তোমার বন্ধু 45 বলতে বাধ্য হবে। তাই খেলাতে 45 বলার সীমারেখা থাকলেও তুমি মনে 44 এর সীমারেখার কথা ভাববে। খেলাটির শর্ত পূর্বের মতো, ৫টির বেশি সংখ্যা একসঙ্গে বলা যাবে না।

$44 \div (5 + 1)$ এর ভাগশেষ 2.

2 এর সঙ্গে 6 যোগ করে পাই, পর্যায়ক্রমে সংখ্যা 2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, 44.

তোমার পালা প্রথমে হলে তুমি অবশ্যই প্রথম থেকে ক্রমসংখ্যাগুলি ধরে ধরে বলতে পারবে। ক্রমসংখ্যা মুখস্থ করার প্রয়োজন নেই। প্রথমে তুমি এক, দুই বলবে। তারপর তোমার বন্ধু যাই বলুক না কেন তোমার বলার সীমা যেন আট হয় অর্থাৎ দ্বিতীয় পর্যায়ে তোমার বন্ধু ও তোমার মোট বলা সংখ্যা 6টি হয়।

তোমার বন্ধুর পালা প্রথমে হলে, তোমাকে অবশ্যই ক্রমসংখ্যাগুলি স্মরণ করতে হবে এবং তাকে ধরে বলার জন্য সচেষ্ট হতে হবে।

মৌলিক সংখ্যার খেলা

যে স্বাভাবিক সংখ্যা (একের অধিক) এক ও সেই সংখ্যা ছাড়া আর অন্য কোনো সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয় তাকে মৌলিক সংখ্যা বলে। যেমন 2, 3, 5, 7, 11, 13 ইত্যাদি। যে অখণ্ড সংখ্যা এক ও সেই সংখ্যা ছাড়া অন্য সংখ্যা দ্বারাও বিভাজ্য তাকে যৌগিক সংখ্যা বলে। যেমন 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14 ইত্যাদি, $4 = 1 \times 4 = 2 \times 2$, $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$, $12 = 1 \times 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4$, 1 থেকে 1000 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যাগুলি জানাচ্ছি।

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691, 701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797, 809, 811, 821, 823, 827, 829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887, 907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 997.

1 থেকে 10 এর মধ্যে 4টি, 100 এর মধ্যে 25টি, 1000 এর মধ্যে 168টি মৌলিক সংখ্যা পাই।

'1' সংখ্যাটি মৌলিক বা যৌগিক সংখ্যা (2-এর বড়) ভাবো। তার বর্গ করো। বর্গফলের সঙ্গে 6 যোগ করো। যোগফলকে 8 দ্বারা ভাগ করো। ভাগশেষ কত হচ্ছে বলতে হবে না, আমি বলে দিচ্ছি। ভাগশেষ 7.

মনে করো, বন্ধু ভেবেছে 31, তাহলে $31^2 = 961$, $961 + 6 = 967$, $(967 \div 8)$ এর ভাগশেষ 7.

দ্বিতীয় খেলা : যেকোনো মৌলিক সংখ্যা (3-এর বড়) ভাবো। তার বর্গ করো। বর্গফলের সঙ্গে 11 যোগ করো। যোগফলকে 12 দ্বারা ভাগ করো। ভাগশেষ 0 হচ্ছে তাই না?

মনে করো, বন্ধু ভেবেছে 43, তাহলে $43^2 = 1849$, $1849 + 11 = 1860$, $(1860 \div 12)$ এর ভাগশেষ 0.

তৃতীয় খেলা যেকোনো মৌলিক সংখ্যা (3-এর বড়) ভাবো। তার বর্গ করো। বর্গফলের সঙ্গে 5 যোগ করো। যোগফলকে 24 দ্বারা ভাগ করো। ভাগশেষ কী পাচ্ছ? 6 পেয়েছ তো?

মনে করো, তোমার বন্ধু ভেবেছে 17 তাহলে $17^2 = 289$, $289 + 5 = 294$, $(294 \div 24)$ এর ভাগশেষ হচ্ছে, 6.

চতুর্থ খেলা দুটি মৌলিক সংখ্যা ভাবো। সংখ্যা দুটি যেন 6 এর বেশি হয়। তাদের বর্গ করো। বর্গফলের বড় থেকে ছোট বিয়োগ দাও। বিয়োগফলকে 24 দ্বারা ভাগ করো। ভাগশেষ কী পাচ্ছ, 0 তো? এই খেলাটি কিন্তু দুজন বন্ধুকে নিয়েও করা যায়।

মনে করো, দুই বন্ধু ভেবেছ 7 ও 11 সংখ্যা দুটি। তাহলে, $11^2 - 7^2 = (121 - 49) = 72$, $(72 \div 24)$ এর ভাগশেষ 0 হচ্ছে তো?

পঞ্চম খেলা : দুটি মৌলিক সংখ্যা ভাবো। যেন 3 এর বেশি হয়। সংখ্যা দুটির বর্গ করো। বর্গফল দুটি যোগ করো। যোগফলকে 24 দ্বারা ভাগ করো। ভাগশেষ 2 হচ্ছে কিনা!

তোমার বন্ধু এবার 11 ও 13 সংখ্যা দুটি নিয়েছে। তাহলে $11^2 + 13^2 = 121 + 169 = 290$, $(290 \div 24)$ এর ভাগশেষ 2 হচ্ছে তো?

পর্যায়ক্রমে এই খেলাগুলি ব্যাখ্যা করছি।

প্রথম : যেকোনো মৌলিক সংখ্যাকে $4n + 1$ বা $4n - 1$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

$(4n \pm 1)^2 = 16n^2 \pm 8n + 1$

$16n2 \pm 8n + 1 + 6$ (6 যোগ করা হয়েছে) $= 16n2 \pm 8n + 7$

8 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 7 পাই।

দ্বিতীয় : যেকোনো মৌলিক সংখ্যাকে $6n + 1$, $6n - 1$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

$(6n \pm 1)^2 = 36n^2 \pm 12n + 1$

$36n^2 \pm 12n + 1 + 11$ (11 যোগ করা হয়েছে) $= 36n^2 \pm 12n + 12$

12 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 0 পাই।

তৃতীয় : যেকোনো মৌলিক সংখ্যার (3 এর অধিক) বর্গকে 24 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 1 হয়। এইরূপ দুটি মৌলিক সংখ্যার বর্গের বিয়োগফলকে 24 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ অবশ্যই 0 হয় এবং বর্গের যোগফলকে 24 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 2 হবে।

আরও কয়েকটি খেলার নমুনা দিচ্ছি

▪ n মৌলিক সংখ্যা হলে এবং 3 এর বড় হলে, $(n^2 - 1)$ সখ্যাটি 24 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

▪ 5 এর বড় যেকোনো মৌলিক সংখ্যা n হলে, $(n^2 + 1)$ $(n^2 \quad 1)$ সংখ্যাটি 240 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

▪ 5 এর বড় যেকোনো মৌলিক সংখ্যা ভাবো। তার বর্গ করো। বর্গফলের সঙ্গে '1' যোগ করো, আবার বর্গফল থেকে '1' বিয়োগ করো। এবার দুটি সংখ্যাকে গুণ করো। গুণফলকে 240 দ্বারা ভাগ করো– ভাগশেষ কী পেলে– 0 তো?

▪ গুণফলের সঙ্গে 21 যোগ করো। যোগফলকে 240 দ্বারা ভাগ করো। ভাগশেষ '21' পেলে কিনা?

সংখ্যার খেলা

তিন, চার, পাঁচ, ছয় ইত্যাদি অঙ্কের সংখ্যাগুলিকে একটি বিশেষ রকমে সাজিয়ে বিয়োগ, যোগ করলে একটি মজার সংখ্যা পাওয়া যায়। সংখ্যাটি মজারই বটে।

যেকোনো তিন অঙ্কের সংখ্যা ধরো, সংখ্যাগুলি যেন পৃথক হয়। সংখ্যাকে বড় থেকে ছোট সাজাও। উল্টে লিখে বিয়োগ করো। বিয়োগফল উল্টে তার সঙ্গে যোগ করো। পাবে 1089– এটি মজার সংখ্যা।

মনে করো, একটি সংখ্যা	257
বড় থেকে ছোট	752
উল্টে লেখা	: 257
বিয়োগ করে পাই,	495
উল্টে লিখে যোগ	594
	1089

এই খেলাটি মজাই বটে। যেকোনো পৃথক তিন অঙ্কের সংখ্যা নিয়ে এই খেলাটি করলে 1089 পাওয়া যায়।

তুমি তোমার বন্ধুর সঙ্গে বা প্রদর্শনীতে দর্শকের সঙ্গে এই খেলাটি দেখাতে পারো। তবে সংখ্যাটি নিয়ে তারা যখন কষবে– কষার পর তুমি উত্তর বলে দেবে। তখন তারা অবাক না হয়ে পারবে না। খেলাটি চার, পাঁচ ছয় ইত্যাদি অঙ্ক নিয়েও করা যায়। চার অঙ্কের ক্ষেত্রে মজার সংখ্যা হচ্ছে 10890।

অঙ্ক সংখ্যা	মজার সংখ্যা	অঙ্ক সংখ্যা	মজার সংখ্যা
তিন	1089	সাত	10998900
চার	10890	আট	109989000
পাঁচ	109890	নয়	1099989000
ছয়	1098900	দশ	10999890000

অযুগ্ম অঙ্কের ক্ষেত্রে একটি করে '9' বেশি এবং যুগ্ম অঙ্কের ক্ষেত্রে একটি করে '0' বেশি হচ্ছে। ধরো, তুমি প্রদর্শনীতে যেকোনো দর্শককে বললে আপনি যেকোনো চার অঙ্কের সংখ্যা ধরুন। সংখ্যাটি যেন পৃথক পৃথক অঙ্কের হয়। সংখ্যাটি বড় থেকে ছোট লিখুন। আমাকে দেখাতে হবে না। তার পর ছোট থেকে বড় লিখুন। বিয়োগ করুন। বিয়োগফলকে উল্টে লিখে, বিয়োগফলের সঙ্গে যোগ করুন। উত্তর বলে দিচ্ছি 10890।

উত্তরফল 10890 সংখ্যাটি আগে থেকে লিখে অন্য আর এক দর্শকের পকেটের মধ্যে রেখে দিয়ে দর্শককে তারপর নির্দেশ দিলে– মজাটা বেশ জমে।

ভাবা সংখ্যা বলার খেলা

প্রথম খেলা

তোমার বন্ধু কী সংখ্যা ভেবেছে তা বলে দেওয়া যায়। প্রথমে তুমি বন্ধুকে বললে, তুমি একটা তিন অঙ্কের সংখ্যা লেখো। আলাদা হলে ভাল। সংখ্যাটির পাশে আর একবার সেই সংখ্যা লেখো। এর ফলে ছয় অঙ্কের সংখ্যা হল।

এবার সংখ্যাকে 13 দ্বারা ভাগ করতে বলো। বলবে, 13 দ্বারা ভাগ অবশ্যই হবে। পুনরায় ভাগফলকে 11 দ্বারা ভাগ করতে বলো। ভাগ অবশ্যই 11 দ্বারা হবে।

ভাগফল যা পেল তা তোমাকে জানাতে বলো। তুমি ভাগফল জানার পর তাকে 7 দ্বারা ভাগ করো। ভাগফলটি হচ্ছে তার ভাবা সংখ্যা।

উদাহরণ দিয়ে বোঝাচ্ছি।

মনে করো, তোমার বন্ধু ভেবেছে 437।

পাশে আর একবার লিখতে বলা হল : 437437 ছয় অঙ্কের সংখ্যা হল।

সংখ্যাটিকে 13 দ্বারা ভাগ করতে বলা হল।

$437437 \div 13 = 33649$

পুনরায় ভাগফলকে 11 দ্বারা ভাগ করতে বলা হল।

$33649 \div 11 = 3059$

ভাগফলটি তোমাকে জানাল। তুমি 7 দিয়ে ভাগ করলে

$3059 \div 7 = 437$

জানিয়ে দিলে তোমার বন্ধু 437 ভেবেছে।

কেন এমনটি হয়েছে? আসল চাবিকাঠি 1001 সংখ্যাটি।

1001 কে 437 দ্বারা গুণ করলে পাই

$1001 \times 437 = 437437$

1001 কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে পাই

$1001 = 13 \times 11 \times 7$

তাই 13, 11, 7 দ্বারা পরপর ভাগ করলে মূল সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

দ্বিতীয় খেলা

তোমার বন্ধুকে তুমি বললে যে, যেকোনো দুই অঙ্কের সংখ্যা ভাবো। সংখ্যাদ্বয় আলাদা হলে ভাল। তাকে পাশাপাশি তিনবার লিখতে বলো। এর ফলে ছয় অঙ্কের সংখ্যা হল।

সংখ্যাটি 37 দ্বারা ভাগ করতে বলো। সংখ্যাটি অবশ্যই 37 দ্বারা বিভাজ্য হবে। ভাগফলকে আবার 13 দ্বারা ভাগ করতে বলো। পুনরায় 7 দিয়ে ভাগ করতে বলো। ভাগফলটি তোমাকে জানাতে বলো। তুমি জানার পর সংখ্যাটিকে 3 দ্বারা মনে মনে ভাগ করো। যে ভাগফলটি পাবে তা হল তোমার বন্ধুর ভাবা সংখ্যা।

উদাহরণ দিয়ে বোঝাচ্ছি

বন্ধু ভেবেছি 32

পরপর তিনবার পাশাপাশি লেখা 323232 সংখ্যাটিকে 37 দ্বারা ভাগ $323232 \div 37 = 8736$ ভাগফলকে 13 দ্বারা ভাগ $8736 \div 13 = 672$

পুনরায় ভাগফলকে 7 দ্বারা ভাগ $672 \div 7 = 96$ ভাগফলটি তুমি জানলে।

এবার তুমি করলে $96 \div 3 = 32$

এখন প্রশ্ন : এমন হওয়ার কারণ কী?

আসলে দুই অঙ্কের সংখ্যাকে 10101 দ্বারা গুণ করা হচ্ছে। $10101 \times 32 = 323232$

আর $10101 = 37 \times 13 \times 7 \times 3$

37, 13, 7, 3 দ্বারা পর পর ভাগ করলে মূল সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

জন্মসাল বলার খেলা

এই খেলাটি সহজ সরল খেলা। তোমরা সকলেই পারবে। ধরো, তোমার বন্ধুর জন্মসাল 1989। কয়েকটি প্রকরণের পর তুমি তুমি বন্ধুর কাছ থেকে ফল জানলে এবং মনে মনে হিসাব কষে তুমি পরে তার জন্মসাল বলে দিলে।

নির্দেশ অনুযায়ী বোঝাচ্ছি। তুমি তোমার বন্ধুকে নির্দেশ দেবে এই রকম–

প্রথম নির্দেশ   জন্মসালের শতক সংখ্যা দুটি লেখো। তার সঙ্গে তার পরের সংখ্যা যোগ করো

$19 + 20 = 39$

দ্বিতীয় নির্দেশ   যোগফলকে 50 দ্বারা গুণ করো

$39 \times 50 = 1950$

তৃতীয় নির্দেশ   যেকোনো দুই অঙ্কের সংখ্যা ভাবো তা আমাকে বলো। (ধরো সংখ্যাটি 52)

সংখ্যাটি যোগ করো।

$1950 + 52 = 2002$

চতুর্থ নির্দেশ   এই যোগফলের সঙ্গে জন্মসালের (দশক, একক) শেষ দুই অঙ্ক যোগ করো। আমাকে তা জানাও।

$2002 + 89 = 2091$

এবার তোমার কাজ 50 ও ভাবা সংখ্যা যোগ করে, বন্ধুর দেওয়া সংখ্যা থেকে বিয়োগ করো।

$50 + 52 + 102$

$2091 - 102 = 1989$

জন্মসালটি জানাও।

খেলার প্রারম্ভে তোমার ঘোষণা হবে; এই রকম

'আমি তোমার জন্মসাল বলে দেব। আমাকে একটু সাহায্য করতে হবে। আমি যেমন নির্দেশ দেব সেইভাবেই করে যেতে হবে। সর্বশেষ হিসাব বলে দিলে সঙ্গে সঙ্গেই জানিয়ে দেব– তোমার জন্মসাল'।

জন্মতারিখ বলার খেলা

এই খেলাটিতে যেকোনো অভিনবত্ব নেই। একটু কৌশল অবলম্বন করলে সহজে বলা যায়। তোমার বন্ধুর জন্ম তারিখের উপর তোমার নির্দেশ অনুযায়ী কয়েকটি প্রকরণ– যোগ, বিয়োগ, গুণ ইত্যাদি বন্ধুর করার পর তুমি যখন বন্ধুর কাছে সর্বশেষ ফল জানতে চাইলে, সেই ফলকে বিশ্লেষণ করে জন্মতারিখ বলে দিলে– যেন ম্যাজিক হয়ে গেল। ম্যাজিকের মতো জন্ম তারিখ বলে দিলে।

আসলে ব্যাপারটি হচ্ছে যে, তুমি তার জন্ম তারিখ ঘুরিয়ে জানলে– পরে তা বলে দিলে। সরাসরি জানতে চাইলে না, ঘুরিয়ে জানতে চাইলে। বাহাদুরি বলো বা কৌশল বলো এখানেই তা। কী কৌশল অবলম্বন করা যায়, কতখানি কৌশলের মুন্সিয়ানা দেখানো যায়– তার উপর নির্ভর করছে রহস্যটি।

এবার খেলায় আসি।

তুমি তোমার বন্ধুকে তার জন্মতারিখ ভাবতে বলো। গোপনে কাগজে লিখতে বলো।

এরপর কয়েকটি নির্দেশ দাও।

প্রথমে জন্ম মাসের সংখ্যা লিখে তাকে 100 দ্বারা গুণ করতে বলো। গুণ করার পর বন্ধুকে যেকোনো দুই অঙ্কের সংখ্যা ভাবতে বলো। সংখ্যাটি তোমাকে যেন জানায়। সংখ্যাটি গুণফলের সঙ্গে যোগ করতে বলো।

(অন্য রকম নির্দেশ দেওয়া যায়। জন্মসালের সংখ্যার পাশে অর্থাৎ ডাইনে বন্ধুর ভাবা সংখ্যা লিখতে বলা)

এরপর যোগফলের সঙ্গে জন্মতারিখ যোগ করতে বলো। যোগফলকে 100 দ্বারা গুণ করতে বলো। আবার দুই অঙ্কের সংখ্যা ভাবতে বলো এবং সংখ্যাটি তোমাকে জানিয়ে যোগফলের সঙ্গে যোগ করতে বলো।

(অন্য নির্দেশ পূর্বের যোগফলের পাশ অর্থাৎ ডাইনে ভাবা সংখ্যা লিখতে বলা)

এরপর যোগফলের সঙ্গে জন্মসালের (দশক, একক) শেষ দুই অঙ্ক যোগ করতে বলো।

যোগফলটি তোমাকে জানাতে বলো।

এই যোগফলের উপর তোমাকে একটু কাজ করতে হবে। প্রথম ভাবা সংখ্যাকে 100 দ্বারা গুণ করে তার সঙ্গে দ্বিতীয় ভাবা সংখ্যা যোগ করো অর্থাৎ প্রথম ভাবা সংখ্যার ডাইনে দ্বিতীয় ভাবা সংখ্যা বসাও। সংখ্যাটি যা হল তা বন্ধুর দেওয়া যোগফল থেকে বিয়োগ করো।

বিয়োগফলের মধ্যেই জন্মতারিখ পাবে। ডাইনে দুই অঙ্ক সালের শেষ দুই অঙ্ক। মাঝের দুই অঙ্ক হল তারিখ। বামের দুটি অঙ্ক হল মাস।

উদাহরণ দিয়ে বোঝাচ্ছি :

মনে করো, তোমার বন্ধুর জন্মতারিখ 20.11.1989

প্রথম নির্দেশ অনুযায়ী : $11 \times 100 = 1100$ (জন্মসালের 100 গুণ)

দুই অঙ্কের ভাবা সংখ্যা যোগ

মনে করো, দুই অঙ্কের ভাবা সংখ্যা 41, যোগ করো

$1100 + 41 = 1141$

(অনুরূপ নির্দেশ জন্ম সালের (11) ডাইনে ভাবা সংখ্যা (41)

বসাও 1141

দ্বিতীয় নির্দেশ : যোগফলের সঙ্গে বা সংখ্যার সঙ্গে জন্মতারিখ যোগ করো

$1141 + 20 = 1161$

যোগফলের 100 গুণ : $1161 \times 100 = 116100$

পুনরায় আর একটি দুই অঙ্কের সংখ্যা ভাবা ও যোগ করা।

মনে করো, সংখ্যাটি 27।

$116100 + 27 = 116127$

(অর্থাৎ পূর্বের যোগফল (1161) ডাইনে ভাবা সংখ্যা (27) লেখা 116127)

তৃতীয় নির্দেশ যোগফলের সঙ্গে বা লেখা সংখ্যার সঙ্গে জন্মসালের শেষ দুই অঙ্ক যোগ।

$116127 + 89 = 116216$ (শেষ দুই অঙ্ক–দশক, একক)

তোমার বন্ধু সর্বশেষ যোগফল 116216 তোমাকে বলল। তুমি তখন প্রথম ভাবা সংখ্যার (41) ডাইনে দ্বিতীয় ভাবা সংখ্যা (27) লিখে অর্থাৎ 4127 সংখ্যাটি যোগফল থেকে বিয়োগ করো।

$116216 - 4127 = 112089$

বিয়োগফলের ডাইনের দুই অঙ্ক জন্মসালের শেষ দুই অঙ্ক। তার পরের দুই অঙ্ক অর্থাৎ মাঝের দুই অঙ্ক তারিখ। বামের দুটি অঙ্ক 11 জন্ম মাস।

এই বলার মধ্যে কৌশল হচ্ছে যে দুটি ভাবা সংখ্যা আগে পিছে জন্মতারিখের সঙ্গে যোগ করা, যোগফলটি বন্ধুর কাছ থেকে জানা এবং পরে দুই ভাবা সংখ্যা যোগফল থেকে বিয়োগ করে জন্মতারিখ বলে দেওয়া।

এই খেলার আর একটু কৌশল যদি প্রয়োগ করা যায় তবে খেলাটি খুব রহস্যপূর্ণ হয়। দুটি ভাবা সংখ্যা ছাড়া আর একটি সংখ্যা ব্যবহার করলে খেলাটি জমে ওঠে।

খেলাটি দেখাচ্ছি।

নির্দেশ অনুযায়ী পর পর বলে যাচ্ছি এবং তৎসহ বন্ধুর জন্মতারিখ অনুযায়ী ব্যাখ্যা করছি।

প্রথম নির্দেশ জন্ম মাসের সংখ্যা লিখে তার সঙ্গে পরবর্তী সংখ্যা যোগ করো। যোগফলকে 50 দ্বারা গুণ করো

$11 + 12 = 23, 23 \times 50 = 1150$

দুই অঙ্কের সংখ্যা ভাবো। সংখ্যাটি আমাকে বলো [ধরো (41)] সংখ্যাটি যোগ করো।

$1150 + 41 = 1191$

দ্বিতীয় নির্দেশ যোগফলের সঙ্গে জন্মতারিখ যোগ করো।

$1191 + 20 = 1211$

আবার দুই অঙ্কের সংখ্যা ভাবো। আমাকে বলো (ধরো সংখ্যাটি 27), সংখ্যাটি যোগফলের ডাইনে বসাও 121127

তৃতীয় নির্দেশ সংখ্যার সঙ্গে জন্মসালের শেষ দুই অঙ্ক যোগ করো। (শতক বাদে দশক, একক দ্বারা গঠিত−89)

$121127 + 89 = 121216$

এই যোগফলটি তোমার বন্ধু তোমাকে জানাল।

তুমি তখন প্রথম ভাবা সংখ্যার সঙ্গে 50 যোগ করে যোগফলের ডাইনে দ্বিতীয় ভাবা সংখ্যা বসাও।

41 + 50 = 91 (ভাবা সংখ্যা + 50)

9127 (যোগফলের ডাইনে দ্বিতীয় ভাবা সংখ্যা)

এবার বন্ধুর দেওয়া যোগফল থেকে 9127 বিয়োগ দাও।

$$\begin{array}{r} 121216 \\ \underline{-\ 9127} \\ 112089 \end{array}$$

ডাইনের দুই অংক (89) সালের শেষ দুই অঙ্ক। (20) তারিখ। বামের দুই অঙ্ক (11) জন্ম মাস।

এখানে দেখলে দুটি ভাবা সংখ্যা ছাড়া 50 সংখ্যাটিকে ব্যবহার করা হয়েছে।

প্রথম নির্দেশে জন্ম মাসের সংখ্যা না ধরে তারিখ ধরেও করা যায়। কোনো সময়ে মাসের সংখ্যা ধরবে, আবার সময় বিশেষে তারিখ ধরে করতে পারো।

উত্তর জানিয়ে দেওয়ার খেলা

প্রথম খেলা

প্রথমে যে খেলাটি জানাচ্ছি তা যোগের সাহায্যে বিয়োগ করার খেলাটিকে ব্যবহার করে তৈরি করেছি।

এই খেলাটি তুমি প্রদর্শনীতে, শ্রেণীকক্ষে, বন্ধুদের আড্ডায় দেখাতে পারো।

তুমি 100 থেকে 200 এর মধ্যে যেকোনো সংখ্যা ভাবো এবং সংখ্যাটি একটি কাগজে লিখে যেকোনো বন্ধুর পকেটে রেখে দাও। সংখ্যাটি কাউকে দেখাবে না।

এরপর তোমার অন্য এক বন্ধুকে বলো সে যেন 200 থেকে 1000 এর মধ্যে যেকোনো সংখ্যা ভাবে। সংখ্যাটি কাউকে যেন না বলে।

[তুমি 100-200 এর মধ্যে ভাবলে বন্ধুকে বলবে 200-1000 এর মধ্যে যেকোনো সংখ্যা ভাবে। সংখ্যাটি কাউকে যেন না বলে।

[তুমি 100--200 এর মধ্যে ভাবলে বন্ধুকে বলবে 200--1000 এর মধ্যে ভাবতে। তুমি 100-300 এর মধ্যে ভাবলে বন্ধুকে বলো 300--1000 এর মধ্যে ভাবতে। অর্থাৎ তোমার ও বন্ধুর সীমানা 100 থেকে 1000 মধ্যে যেন হয়।]

এবার যোগের সাহায্যে বিয়োগ করার কাজ। বন্ধুকে বলো তার ভাবা সংখ্যার সঙ্গে তোমার ভাবা সংখ্যার (নয়ের পূরক বা দশের পূরক পদ্ধতিতে প্রাপ্ত) পূরক সংখ্যা যোগ করতে।

তোমার ভাবা সংখ্যা যা বন্ধুর পকেটে লিখে রেখেছ তা তো কেউ জানে না, সেই সংখ্যার পূরক সংখ্যা মনে মনে বের করে বন্ধুকে বলো তার ভাবা সংখ্যার সঙ্গে যোগ করতে।

বন্ধু তার ভাবা সংখ্যা এবং তোমার দেওয়া পূরক সংখ্যা যোগ করল।

এবার বলো যোগফলের বাম দিকের '1' সংখ্যাটি বাদ দিয়ে একক স্থানের অঙ্কে '1' যোগ করতে (নয়ের পূরক পদ্ধতি)

অথবা, যোগফলের বাম দিকে '1' সংখ্যাটি একেবারে বাদ দিতে বলো (দশের পূরক পদ্ধতি)

[যদি তুমি নয়ের পূরক পদ্ধতিতে পূরক সংখ্যাটি বের করে তা যোগ করতে নির্দেশ দিয়ে থাকো, তবে পরেও নয়ের পূরক পদ্ধতিতে নির্দেশ দেবে।]

এই কাজ করার পর বন্ধুকে বলো তার ভাবা সংখ্যা থেকে বর্তমানে পাওয়া যোগফলটি বিয়োগ করতে। এই বিয়োগফল অবশ্যই হবে তোমার ভাবা সংখ্যা যা তুমি তোমার এক বন্ধুর পকেটে লিখে রেখেছ।

উদাহরণ মনে করো 100-300 এর মধ্যে তুমি 275 সংখ্যাটি লিখে বন্ধুর পকেটে রেখেছ যা তুমি ছাড়া কেউ জানে না। অন্য এক বন্ধুকে বলো 300–1000 এর মধ্যে সংখ্যা ভাবতে। সে ভাবল 618 সংখ্যা। কাউকে জানাল না। তুমি 275 এর পূরক সংখ্যা 724 (নয়ের পূরক) বা 725 (দশের পূরক)

নয়ের পূরক পদ্ধতি অনুযায়ী

618 + (275 এর নয়ের পূরক সংখ্যা) = 618 + 724 = 1342

$$\begin{array}{r} 999 \\ \underline{-275} \\ 724 \end{array}$$

অর্থাৎ তুমি 724 যোগ করতে বললে।

দশের পূরক পদ্ধতি

618 + (275 এর দশের পূরক সংখ্যা) = 618   275 = 1343

অর্থাৎ 725 যোগ করতে বললে।

$$\begin{array}{r} 999 \\ \underline{-275} \\ 724 \end{array}$$

দশের পূরক = নয়ের পূরক + 1 = 724 + 1 = 725

মন্তব্য যেকোনো একটি পদ্ধতি নির্বাচন করে 724 বা 725 যোগ করতে বলবে।

এবার যোগফলের বাঁ দিকের 1 বাদ দিয়ে এককের সঙ্গে যোগ দিতে বলো (নয়ের পূরক পদ্ধতি)।

তুমি যদি 724 (নয়ের পূরক) যোগ করতে নির্দেশ দিয়ে থাকো তবে এই নির্দেশ দেবে।

$$\begin{array}{l} 1342 \\ \underline{\rightarrow\ 1} \\ 343 \end{array}$$

অথবা, যোগফলের বাম দিকে '1' একেবারে বাদ দিতে (দশের পূরক পদ্ধতি) বলো। তুমি যদি 725 (দশের পূরক) যোগ করতে নির্দেশ দিয়ে থাকা তবে এই নির্দেশ দেবে।

1343 → 343

এখানে বলে রাখি, প্রথমে যে পদ্ধতি ব্যবহার করেছ দ্বিতীয় বারে সেই একই পদ্ধতি ব্যবহার করবে।

বন্ধু যোগফল পেল 343

এবার বন্ধুর ভাবা সংখ্যা (618) থেকে এই যোগফল (343) বিয়োগ করতে বলো।

618 – 343 = 275

বিয়োগফল অবশ্যই তোমায় ভাবা সংখ্যা যা অন্য এক বন্ধুর পকেটে রেখেছ। তখন তুমি বন্ধুর পকেট থেকে সংখ্যাটি বের করে তাকে তাক লাগিয়ে দিলে।

এই খেলার মধ্যে কেবল পূরক সংখ্যাটি তুমি সবার সামনে জানিয়ে যোগ করতে নির্দেশ দিয়েছ, আর বন্ধুর কোনো হিসাব– কোনো কিছুই সে জানাবে না, কেবল শেষের হিসাবটুকু ছাড়া।

এই খেলায় রহস্যটা কী খুলে বলি। কিছুই নয়। রহস্যটা এই রকম।

বন্ধুর ভাবা সংখ্যা → 618

তোমার ভাবা সংখ্যা → $-\ 275$

$\overline{343}$

আবার, 618

$-\ \underline{343}$

275 → তোমার ভাবা সংখ্যা

পূর্বের বিয়োগটি (619 – 275) না করে যোগের সাহায্যে বিয়োগ করার নির্দেশ অত্যন্ত কৌশলভাবে দেওয়া হয়েছে, যা সহজে কেউ বুঝবে না।

দ্বিতীয় খেলা

গুণফল বলার খেলা। সংখ্যা বলার সঙ্গে সঙ্গে গুণফল বলে দেওয়া যায়। খুব অবাক হচ্ছ তো? খুব সহজ সরল ব্যাপার। প্রসঙ্গে আসি।

তুমি বন্ধুকে বলো, তুমি যেকানো তিন অঙ্কের সংখ্যা ভাবো। মনে করো, বন্ধু ভাবল 385, আর তুমি একটি কাগজে লিখলে 385000

লিখে কাগজটি একটি বন্ধুর পকেটে রেখে দিলে। এবার অন্য এক বন্ধুকে বললে 385×672 গুণ করতে। আর এক বন্ধুকে বললে 385×328 গুণ করতে, অপর এক বন্ধুকে বললে দুটি গুণফল যোগ করতে। যোগ করার পর বলো, আগের বন্ধুর পকেটে রাখা কাগজটি দেখতে। সংখ্যাটি একই হয়েছে কিনা? তখন বন্ধুরা অবাক না হয়ে পারে না।

ব্যাখ্যা $385 \times 672 + 385 \times 328 = 385 \times (672 + 328) = 385 \times 1000 = 385000$

আসলে 1000 দ্বারা গুণ হচ্ছে। 672 দ্বারা প্রথমে গুণ করতে বলার পর 1000 থেকে 672 বিয়োগ দিয়ে বাকি সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে নির্দেশ দেবে। 1000 – 672 যেন মনে মনে করতে পার। দুয়ের অধিক সংখ্যা দিয়েও করা যায়। সেক্ষেত্রে সব ক'টি সংখ্যার যোগফল যেন 1000 হয়।

মনে করো, $385 \times 415 + 385 \times 205 + 385 \times 380 = 385 \times (415 + 205 + 380)$

$= 385 \times 1000 = 385000$

অর্থাৎ তুমি 415, 205, 380 দ্বারা গুণ করতে নির্দেশ দিচ্ছ।

বয়স নিয়ে খেলা

পূর্বের খেলার মতো এই খেলাটিও সহজ খেলা। বয়স বলার খেলা।

তুমি বন্ধুদেরকে বসলে তোমাদের তিনজনের বয়স আমি বলে দেব। প্রদর্শনীতে আসা তিন ব্যক্তিকে বললে তাদের তিনজনের বয়স বরে দেবে। তবে তোমার নির্দেশ অনুযায়ী অঙ্ক কষে যেতে হবে।

প্রথম বন্ধুকে বলো, তোমার যা বয়স তার সঙ্গে '1' যোগ করে যোগফলকে 100 দিয়ে গুণ করতে। দ্বিতীয় বন্ধুকে বলো, গুণফলের সঙ্গে তার বয়স যোগ করতে তার সঙ্গে 2 যোগ করতে। তারপর যোগফলকে 100 দিয়ে গুণ করতে। তৃতীয় বন্ধুকে বলো গুণফলের সঙ্গে তার বয়স যোগ করতে এবং তার সঙ্গে 3 যোগ করতে। সর্বশেষ যোগফল তোমাকে জানাতে।

যোগফল জানার পর তুমি যোগফল থেকে 10203 নিয়োগ করে স্থানীয় মান অনুসারে বয়সগুলি বলতে পারবে।

মনে করে, যোগফল 191816

তুমি $191816 - 10203 = 181613$ পেলে।

প্রথম বন্ধুর বয়স 18, দ্বিতীয় বন্ধুর 16, তৃতীয় বন্ধুর 13।

এখানে ক্রমান্বয়ে 1, 2, 3 যোগ করার নির্দেশ দেওয়া হয়েছে তাই 10203 বিয়োগ করতে বলা হচ্ছে, ক্রমান্বয়ে 1, 1, 1 যোগ করার নির্দেশ দিলে 10101 বিয়োগ করতে হত। তুমি সহজে মুখে মুখে যা করতে পারবে বা তোমার যা সহজ হবে তাই নির্দেশ দেবে।

ব্যাখ্যা : প্রথম বন্ধুর বয়স 18 $(18 + 1) \times 100 = 1900$

দ্বিতীয় বন্ধুর বয়স 16 $(1900 + 16 + 2) \times 100 = 191800$

তৃতীয় বন্ধুর বয়স 13 $191800 + 13 + 3 = 191816$

মনে করো, প্রথম বন্ধুর বয়স x বছর, দ্বিতীয় বন্ধুর y বছর, তৃতীয় বন্ধুর z বছর।

$(x + 1) \times 100 = 100x + 100$

$(100x + 100 + y + 2) \times 1000x + 100y + 10200$

$1000x + 100y + 10200 + z + 3 = 10000x + 100y + z + 10203$

যোগফল থেকে 10203 বিয়োগ দিলে স্থানীয় মান দুটি করে বয়স বলা যায়।

$z \rightarrow$ (দশক, একক) $\rightarrow$ তৃতীয় বন্ধু $\rightarrow$ (ডান দিক থেকে দুটি অঙ্ক)

$y \rightarrow$ (শতক, সহস্র) $\rightarrow$ দ্বিতীয় বন্ধু $\rightarrow$ (মাঝের দুটি অঙ্ক)

$x \rightarrow$ (অযুত, রক্ষ) $\rightarrow$ প্রথম বন্ধু $\rightarrow$ (বামের দুটি অঙ্ক)

মন্তব্য 100 দিয়ে গুণের নির্দেশ না দিয়ে ডাইনে 00 বসানোর নির্দেশ দিতে পারো।

ভাই-বোনের সংখ্যা বলার খেলা

তুমি বন্ধুকে বললে, তোমরা কত ভাই, বোন– আমি তা বলে দেব। তবে আমাকে একটু সাহায্য করতে হবে। অঙ্কের খেলার মধ্য দিয়ে বলে দেব।

প্রথমে তোমার যত জন ভাই তাকে 2 দিয়ে গুণ করো। গুণফলের সাথে 4 যোগ করো। যোগফলকে 5 দিয়ে গুণ করো। তোমার যত জন বোন– সেই সংখ্যা গুণফলের সঙ্গে যোগ করো। তার সঙ্গে 2 যোগ করো। যোগফল আমাকে বলো।

মনে করো, বন্ধু যোগফল বলল 43

তুমি 43 থেকে 22 বিয়োগ করবে $43 - 22 = 21$

ভাই 2 জন, বোন 1 জন।

নির্দেশ অনুযায়ী

$2 \times 2 + 4 = 8$

$8 \times 5 + 1 + 2 = 43$

ব্যাখ্যা : মনে করো, x ভাই, y বোন

প্রথম নির্দেশ $2x + 4$

দ্বিতীয় নির্দেশ $(2x + 4) \times 5 + y + 2 = 10x + 20 + y + 2 = 10x + y + 22$

22 বিয়োগ করার পর স্থানীয় মান অনুসারে একক স্থানীয় অঙ্ক-বোন, দশক স্থানীয় অঙ্ক-ভাই। এখানে সরাসরি 10 দিয়ে গুণ না করে প্রথমে 2 দ্বারা এবং পরে 5 দ্বারা গুণ করা হয়েছে। যোগের সংখ্যা তুমি ইচ্ছামতন ধরতে পার।

মুখে মুখে বর্গ নির্ণয়ের খেলা

যেকোনো অখণ্ড সংখ্যার বর্গ নির্ণয় খুব সহজে করা যায়। মুখে মুখে করা যায়। কাগজ-কলম না নিয়ে যখন তখন মুখে মুখে বর্গ নির্ণয় করতে পারবে। এখানে পদ্ধতিটি আলোচনা করছি।

10 এর গুণিতক বা 100 এর গুণিতক ইত্যাদি ভিত্তি সংখ্যা ধরে বর্গ নির্ণয় করতে হয়। দুটি ধাপে বর্গ নির্ণয় করা হয়। যে সংখ্যাটির বর্গ নির্ণয় করা হবে তার খুব কাছাকাছি হবে ভিত্তি সংখ্যা। ভিত্তি সংখ্যা থেকে সংখ্যাটি যত কম বা বেশি হবে তার বর্গ হতে প্রথম ধাপের সংখ্যা। ভিত্তি সংখ্যা 10 এর গুণিতকের ক্ষেত্রে প্রথম ধাপের সংখ্যা হবে কেবল একক স্থানীয় অঙ্ক। 100 এর গুণিতকের ক্ষেত্রে প্রথম ধাপের সংখ্যা হবে দুই অঙ্কের সংখ্যা। 1000 এর গুণিতকের ক্ষেত্রে প্রথমে তিনি অঙ্কের সংখ্যা হবে। ভিত্তি সংখ্যা অনুযায়ী প্রথম ধাপের সংখ্যা নির্দিষ্ট হবে, অতিরিক্ত হলে দ্বিতীয় ধাপে যাবে। এবার দ্বিতীয় ধাপের সংখ্যা সম্পর্কে আলোচনা করছি। সংখ্যাটি ভিত্তি সংখ্যা থেকে যত কম বা যত বেশি হবে সংখ্যাটি থেকে তত বিয়োগ বা তার সঙ্গে তত যোগ করতে হবে এবং ভিত্তি সংখ্যাটি যত দশক বা শতক ইত্যাদি হবে তাই দিয়ে বিয়োগফল বা যোগফলকে গুণ করলে যা হয় তাই হবে দ্বিতীয় ধাপের সংখ্যা। দ্বিতীয় ধাপের সংখ্যার সামনে বা ডাইনে প্রথম ধাপের সংখ্যা বসাতে হবে।

উদাহরণ দিয়ে বোঝাচ্ছি।

1. 9 ভিত্তিসংখ্যা 10

9 হচ্ছে 10 থেকে 1 কম, $9 = 10 - 1$

একক $1^2 = 1$ (প্রথম ধাপ যত কম তার বর্গ)

দশক $9 - 1 = 8$ (দ্বিতীয় ধাপ যত কম সংখ্যাটি থেকে তত বিয়োগ)

$9^2 = 81$ (8 এর সামনে 1 বসিয়ে পাই)

2. 13: 10 থেকে 3 বেশি

একক $3^2 = 9$ (প্রথম ধাপ যত বেশি তার বর্গ)

দশক $13 + 3 = 16$ (দ্বিতীয় ধাপ যত বেশি তত সংখ্যাটির সঙ্গে যোগ)

$13^2 = 169$ (16 এর সামনে 9 বসিয়ে পাই)

3. 17 $17 = 10 + 7$

একক $7^2 = 49$ (এককের অতিরিক্ত অঙ্ক হওয়ায় 49 এর 4 দশক দ্বিতীয় ধাপে যাবে)

দশক : $(17 + 7) + 4 = 28$

$17^2 = 289$ (28 এর সামনে 9)

কয়েকটি সংখ্যা বর্গগুলির মধ্যে একটি সম্পর্ক স্থাপন করা হল।

$1^2 = 1$	$3^2 = 9$
$11^2 = 121$	$33^2 = 1089$
$111^2 = 12321$	$333^2 = 110889$

মুখে মুখে গুণ করার খেলা

কিছু কিছু গুণ মুখে মুখে করা যায়। কতিপয় সংখ্যার বর্গ যেমন সহজে নির্ণয় করা যায় তেমন কিছু গুণ সহজে করা যায়। বর্গ নির্ণয়ের মতো গুণন ভিত্তি সংখ্যার উপর নির্ভর করে। ভিত্তিসংখ্যা 10, 100, 1000 ইত্যাদি গুণিতক ধরে গুণন করা হয়।

গুণনের তিনটি বৈশিষ্ট্য লক্ষ্য করা যায়।

প্রথম বৈশিষ্ট্য ভিত্তিসংখ্যা থেকে গুণ্য ও গুণক উভয়েই বড় হয়।

দ্বিতীয় বৈশিষ্ট্য ভিত্তিসংখ্যা থেকে গুণ্য ও গুণক উভয়ই ছোট হয়।

তৃতীয় বৈশিষ্ট্য ভিত্তিসংখ্যা থেকে গুণ্য বা গুণক– যেকোনো একটি বড় ও অপরটি ছোট হয়।

এবার নিয়মে আসি

1. প্রথমে ভিত্তিসংখ্যা নির্বাচন করতে হবে।

2. গুণ্য ও গুণক ভিত্তিসংখ্যা থেকে যত বড় বা যত ছোট হয় সেই সংখ্যা দুটির গুণফল বের করতে হবে।

3. ধারক সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে। ধারক সংখ্যা হল– ভিত্তিসংখ্যা থেকে গুণ্য ও গুণক যত বড় বা ছোট হয়, তাই বিপরীত দিকে গুণক ও গুণ্যের সঙ্গে যোগ বা বিয়োগ করতে হবে।

4. ভিত্তিসংখ্যা 10, 100, 1000 ইত্যাদির যত গুণিতক হয়, ধারক সংখ্যাকেও তত গুণিতক করতে হবে।

5. ভিত্তি সংখ্যা যত অঙ্কের হবে তার থেকে এক অঙ্কের সংখ্যা গুণফলে রাখতে হবে বা করতে হবে।

যেমন ভিত্তিসংখ্যা চার অঙ্কের হলে গুণফল যেন তিন অঙ্কের হয়। অতিরিক্ত অঙ্ক সংখ্যা (বামের অঙ্ক সংখ্যা) ধারকের সঙ্গে যোগ করতে হবে। গুণফলে ঘাটতি হলে বামে '0' বসিয়ে অঙ্ক সংখ্যার হিসাব ঠিক করতে হবে।

6. নির্দিষ্ট অঙ্কের গুণফল ধারক সংখ্যার পাশে বসাতে হবে। এই হলো নির্ণয় গুণফল।

মন্তব্য বারবার গুণফলের কথা বলছি। 2নং নিয়মে প্রাপ্ত গুণফল অর্থাৎ ভিত্তিসংখ্যা থেকে গুণ্য ও গুণক যত বড় বা ছোট হয়– সেই সংখ্যা দুটির গুণফলের কথা বলছি। আর 7নং গুণ্য ও গুণকের গুণফল হচ্ছে ব্যাখ্যা গুণফল।

উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা করছি।

প্রথম বৈশিষ্ট্য :

1. 13×12

গুণ্য $\rightarrow$ 13, গুণক $\rightarrow$ 12

ভিত্তিসংখ্যা 10 (1নং নিয়ম)

$3 \times 2 = 6$ (2 নিয়ম)

$13 + 2 = 15$, $12 + 3 = 15$ ধারক সংখ্যা (3নং নিয়ম)

$$\begin{array}{l|l} 13 + 3 & \\ \underline{12 + 2} & \\ 15 & 6 \end{array}$$

নির্ণয় গুণফল 156 (7নং নিয়ম)

2. 22×24

ভিত্তিসংখ্যা 20 (1নং)

$2 \times 4 = 8$ (2নং)

$2 \times 26 = 52$ (4নং)

$$\begin{array}{l|l} 22 + 2 & \\ \underline{24 + 4} & \\ 2 \times 26 & 8 \\ \underline{\quad 52} & \underline{\quad} \\ 528 & \end{array}$$

(7নং)

3. 34×38

ভিত্তিসংখ্যা 30 (1নং)

$4 \times 8 = 32 \rightarrow 2$ (2নং)

অতিরিক্ত 3

$34 + 8 = 38 + 4 = 42$ (3নং)

$3 \times 42 = 126$ (4নং)

$126 + 3 = 129$ (5নং)

$$\begin{array}{l|l} 34 + 4 & \\ \underline{38 + 8)} & \\ 3 \times 42 & 3^2 \\ \underline{\quad 126} & \\ \quad 1292 & \end{array}$$

দ্বিতীয় বৈশিষ্ট্য :

1. 34×38

ভি. স. 40 (1নং)

$6 \times 2 = 12 \rightarrow 2$ (2নং)

অতিরক্ত '1'

$34 - 2 = 38 - 6 = 32$ (3নং)

$4 \times 32 = 128$ (4নং)

$128 + 1 = 129$ (5নং)

2. 58×56

ভি. স 60

$$\begin{array}{l|l} 58 - 2 & \\ \underline{56 - 6} & \\ 6 \times 54 & 8 \\ \underline{\quad 324} & \\ \quad 3248 & \end{array}$$

3. 73×94

ভি. স. 100

$$\begin{array}{l|l} 73 - 27 & \\ \underline{94 - 6} & \\ \underline{67} & \underline{1^{62}} \\ 6862 & \end{array}$$

34 – 6
38 – 2
4×32 | 1^2
128
1292 (7নং)

4. 58×97 5. 298×284 6. 418×485 $82\times15= 1230$
ভি. স. 100 ভি. স. 300 418 – 82 $1230 \rightarrow 30$
58 – 42 284 – 16 485 – 15 অতিরিক্ত
12

97 – 3 298 – 2 5×403 | 30 $2015 + 12 = 2027$
55 | 1^{26} 3×282 | 32 2015 | 12
5626 846 202730
84632

সংখ্যা সাজানোর খেলা

এটি এক মজার খেলা। সংখ্যার স্থান পরিবর্তন করে বিভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যায়।

ধরো, একটি সংখ্যা 26। এখানে এককের অঙ্ক 6, দশকের অঙ্ক 2। অঙ্কগুলি পরিবর্তন করে আর একটি সংখ্যা গঠন করা যায় 62.

দুটি সংখ্যা হল, 26, 62.

ধরো আর একটি সংখ্যা 328

এককের অঙ্ক 8, দশক 2, শতক 3।

একক, দশক, শতকের স্থানীয় মানের সংখ্যাগুলি পরিবর্তন করে বিভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যায়। যেমন 328, 382, 238, 283, 832, 823 মোট ছয়টি সংখ্যা গঠন করা যায়।

তিন অঙ্কের সংখ্যা থেকে মোট ছয়টি সংখ্যা গঠন করা যায়।

যেমন $3 \times 2 \times 1 = 6$

চার অঙ্কের সংখ্যা থেকে মোট 24 টি সংখ্যা গঠন করা যায়।

যেমন $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

যেমন 5462 থেকে 24টি সংখ্যা পাওয়া যায়। 5462, 5426, 5264, 5246, 5624, 5642, 4562, 4526, 4256, 4265, 4625, 4652, 6542, 6524, 6452, 6425, 6245, 6254, 2546, 2564, 2456, 2465, 2645, 2654

তেমন পাঁচ অঙ্কের সংখ্যা থেকে 120টি সংখ্যা গঠন করা যায়।

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

উপরের সংখ্যাগুলিতে দেখা যাচ্ছে অঙ্কের সংখ্যাগুলি পৃথক কোন '0' অঙ্কগুলিতে নেই। অঙ্কগুলি পৃথক ও শূন্য না হলে সাজানোর হিসাব পূর্বের নিয়ম হবে।

ধরো, একটি সংখ্যা 5562 সাজালে পাই, 5562, 5526, 5265, 5256, 5625, 5652, 6552, 6525 6255, 2556, 2565, 2655

মোট 12টি সংখ্যা হচ্ছে।

দুটি একই সংখ্যা 5, 5 থাকায় 24টির বদলে 12টি হচ্ছে। $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \frac{24}{2} = 12$ (দুটি সংখ্যা একই থাকার জন্য 2×1 দ্বারা ভাগ করা হয়েছে)

4424 সাজালে পাই 4424, 4244, 4442, 2444, চারটি সংখ্যা $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = \frac{24}{6} = 4$

(তিনটি সংখ্যা একই থাকার জন্য $3 \times 2 \times 1$ দ্বারা ভাগ করা হয়েছে)

1, 4, 3, 6, 7 এই পাঁচটি সংখ্যা থেকে কতকগুলি তিন অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা যায়?

$5 \times 4 \times 3 = 60$টি গঠন করা যায়। (পর পর তিনটি সংখ্যা গুণ করতে হবে)

143, 134, 146, 164, 147, 174, 136, 163, 137, 173, 167, 176, 1 কে সামনে রেখে 12টি সংখ্যা গঠন করা যায়। পরে 4, 3, 6, 7 সামনে রেখে $12 \times 4 = 48$টি সংখ্যা এবং সর্বমোট $48 + 12 = 60$টি সংখ্যা গঠন করা যায়।

চার অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা যায় $= 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$টি (পর পর চারটি সংখ্যার গুণফল)

1. n সংখ্যক বস্তু থেকে এক যোগে n সংখ্যক নিলে সাজানো সংখ্যা $= n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\ldots 4.3.2.1$

2. n সংখ্যক বস্তু থেকে 2টি নিলে $n(n-1)$ সংখ্যক সাজানো হয়।

n সংখ্যক বস্তু থেকে 3টি নিলে $n(n-1)(n-2)$ সংখ্যক সাজানো হয়।

n সংখ্যক বস্তু থেকে m সংখ্যক নিলে সাজানো সংখ্যা $= n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\ldots\{n-m+1\}$ সংখ্যক।

2, 6, 3, 3, 8 পাঁচটি সংখ্যা থেকে

তিন অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা যায় $\frac{5 \times 4 \times 3}{2 \times 1} = \frac{60}{2} = 30$টি (2টি 3 থাকায় 2×1 দ্বারা ভাগ করা হয়েছে)

চার অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা যায় $\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{2 \times 1} = 60$টি

* তোমার নাম BIMAL, পাঁচটি অক্ষর, এই অক্ষরগুলিকে মোট $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ প্রকারে সাজানো যাবে।

তোমার বন্ধুর নাম KAMALAKANTA

অক্ষর K	A	M	L	N	T	মোট
সংখ্যা 2	5	1	1	1	1	11

মোট সাজানো সংখ্যা =

$$\frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

= 166320টি

* কর্ড লাইনে 7টি রেলওয়ে স্টেশন আছে। কত রকমের টিকিট ছাপানো দরকার যার ফলে যাত্রীদের যাতায়াতে অসুবিধা হবে না।

যাত্রীরা এক স্টেশন থেকে আর এক স্টেশনে যাবে অর্থাৎ দুটি বিষয় আসছে। 7টি স্টেশন থেকে 2টি স্টেশন সাজানোর হিসাবে আসছে।

$7 \times 6 = 42$ প্রকার টিকিট ছাপাতে হবে। পর পর দুটি সংখ্যার গুণফল।

n সংখ্যক স্টেশন থাকলে টিকিট লাগবে $n(n-1)$ সংখ্যক।

স্মরণশক্তির খেলা : জীবন্ত কম্পিউটার

প্রথম খেলা

এই খেলাটি প্রদর্শনীতে দেখানো যায়। দর্শক বা বন্ধুকে তাক্ লাগাতে পার। প্রদশর্নীতে তোমার ঘোষণা হবে এই রকম :

আমার স্মৃতিশক্তি অসাধারণ। আমি এক জীবন্ত কম্পিউটার। আমার কাছে 90টি কার্ড আছে। প্রতিটি কার্ডে একটি কোড নং দেওয়া আছে। A_{10}, A_{11}, A_{12}... ইত্যাদি হল কোড নম্বর। কোড নম্বরের তলায় এগারো, বারো, তেরো বা চৌদ্দ অঙ্কের সংখ্যা লেখা আছে। 90টি কার্ডের যেকোনো একটি কার্ডের কোড নম্বর বললে সঙ্গে সঙ্গে তার নম্বর বলে দেব। তা হলে বোঝ, আমি এক কম্পিউটার!

A_{10}	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{14}	A_{15}	A_{16}	A_{17}	A_{18}	A_{19}
A_{20}	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}	A_{25}	A_{26}	A_{27}	A_{28}	A_{29}
A_{30}	A_{31}	A_{32}	A_{33}	A_{34}	A_{35}	A_{36}	A_{37}	A_{38}	A_{39}
A_{40}	A_{41}	A_{42}	A_{43}	A_{44}	A_{45}	A_{46}	A_{47}	A_{48}	A_{49}
A_{50}	A_{51}	A_{52}	A_{53}	A_{54}	A_{55}	A_{56}	A_{57}	A_{58}	A_{59}
A_{60}	A_{61}	A_{62}	A_{63}	A_{64}	A_{65}	A_{66}	A_{67}	A_{68}	A_{69}
A_{70}	A_{71}	A_{72}	A_{73}	A_{74}	A_{75}	A_{76}	A_{77}	A_{78}	A_{79}
A_{80}	A_{81}	A_{82}	A_{83}	A_{84}	A_{84}	A_{86}	A_{87}	A_{88}	A_{89}
A_{90}	A_{91}	A_{92}	A_{93}	A_{94}	A_{94}	A_{96}	A_{97}	A_{98}	A_{99}

খুবই অবাক হচ্ছ যে, কার্ডের কোড নম্বরের তলায় সংখ্যাগুলি কিভাবে লেখা হচ্ছে! লেখার পদ্ধতিটি হচ্ছে রহস্যপূর্ণ।

কিভাবে সংখ্যা লেখা হচ্ছে আলোচনা করছি।

যদি এভাবে লেখা যায়– যেমন: বাম দিকে পরপর কোড অঙ্ক সংখ্যার যোগ, অন্তর, গুণ, সংখ্যা, বিপরীত সংখ্যা, সংখ্যার 2 গুণ, সংখ্যার 3 গুণ লেখা যায়।

ধরো A_{35} কোড সংখ্যা 35

যোগ $= 3 + 5 = 8$ অন্তর $= 5 - 3 = 2$, গুণ $= 3 \times 5 = 15$, সংখ্যা $=$ 35 বিপরীত সংখ্যা 53 সংখ্যার 2 গুণ $= 35 \times 2 = 70$, সংখ্যার 3 গুণ $= 35 \times 3 = 105$.

বাম দিকে থেকে পর পর লিখে গেলে পাই, 821535570105

তেমন, A_{75} হবে 122357557150225

A_{48} হবে 124328448168252

এই পদ্ধতি (যোগ, অন্তর, গুণ, সংখ্যা, বিপরীত সংখ্যা, সংখ্যার 2 গুণ, সংখ্যার 3 গুণ) অনুসরণ করে কার্ডের কোড নম্বর ধরে তার মান বের করতে পারবে। 90টি কার্ডে অবশ্যই কোড নম্বরের তলায় সংখ্যাটি সহজে লিখতে পারবে। তোমার বন্ধু যেকোনো কার্ড হাতে নিয়ে তার কোড নম্বর পারছ, তুমি কম্পিউটার নও বা তোমার স্মরণশক্তি ধরে রাখারও ব্যাপার নয়। আসলে এটি একটি কৌশলগত খেলা। প্রদর্শনীতে এই খেলাটি দেখানো যায়। তবে মনে রাখবে, সংখ্যার লিখন পদ্ধতি কাউকে জানাবে না। জানালে তোমার খেলা খতম।

তবে তুমি লিখন পদ্ধতি পরিবর্তন করতে পার। যেভাবে আমি লিখন পদ্ধতি একটি নমুনা দিয়েছি– তুমি তোমার মতো অন্য পদ্ধতি গ্রহণ করে সংখ্যাগুলি লিখতে পার।

বর্গক্ষেত্র গণনা

একটি বৃহৎ বর্গক্ষেত্রকে দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর কয়েকটি ভাগে ভাগ করে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র করা হল। এখন চিত্রে কয়টি বর্গক্ষেত্র হল?

মনে করো, বর্গক্ষেত্রকে দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর সমান চারভাগে ভাগ করা হল– চিত্রে কয়টি বর্গক্ষেত্র হচ্ছে?

এই বিষয়টি তুমি এঁকে বন্ধুর কাছে খেলতে পার বা প্রদর্শনীতে দর্শককে জিজ্ঞাসা করতে পার।

তোমার বন্ধু বা দর্শক সহজেই দেখে বলবে 16টি বর্গক্ষেত্র হচ্ছে। কিন্তু তা নয়।

তুমি তখন বর্গক্ষেত্রগুলিকে চিহ্নিত করে গণনার সুবিধা করে দেবে এবং পরে দেখিয়ে দেবে যে চিত্রটিতে কয়টি বর্গক্ষেত্র হচ্ছে।

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

একক বর্গক্ষেত্র হচ্ছে (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16) 16টি।

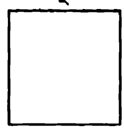
4টি বর্গক্ষেত্র সংযুক্ত করে বর্গক্ষেত্রের হিসাব হচ্ছে (1 + 2 + 5 +6),(2 + 3+ (6 + 7), (3 + 4 + 7 + 8), (5 + 6 + 9 + 10) (6 + 7 + 10 + 11), (7 + 8 + 11 + 12), (9 + 10 + 13 + 14), (10 + 11 + 14 + 15), (11 + 12 + 15 + 16) 9টি।

9টি বর্গক্ষেত্র সংযুক্ত করে বর্গক্ষেত্রের হিসাব হচ্ছে (1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 9+ 10 + 11), (2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 10 + 11 + 12), (5 + 6 + 7 + 9 + 10+11 + 13 + 14 + 15), (6 + 7 + 8 + 10 + 11 + 12 + 14 + 15 + 16) 4টি

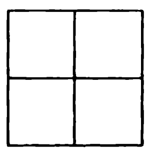
16টি বর্গক্ষেত্র সংযুক্ত করে বর্গক্ষেত্রে হিসাব হচ্ছে 1টি অর্থাৎ বৃহৎ বর্গক্ষেত্র বা মূল বর্গক্ষেত্র। চিত্রটিতে মোট বর্গক্ষেত্র হচ্ছে = 16 + 9 + 4 + 1 = 30টি।

এই রকমভাবে পাঁচটি, ছয়টি, সাতটি ইত্যাদি ভাগে দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর সমান অংশে ভাগ করে বন্ধুকে বা দর্শককে গণনার হিসাব দেখাতে পার।

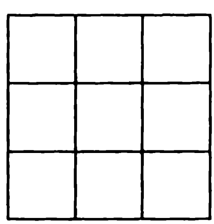
বিষয়টি ভালোভাবে তোমাকে বোঝানোর জন্য ধারাবাহিকভাবে আলোচনা করছি। তুমি তখন চটজলদি হিসাব করতে পারবে। সূত্র ধরে সহজে বলতে পারবে।



কোনো ভাগ নেই
বর্গক্ষেত্র 1টি
দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর দুই ভাগ।



একক বর্গক্ষেত্র 4টি
4 বর্গক্ষেত্র যুক্ত 1টি
মোট বর্গক্ষেত্র = 4 + 1 = 5টি
সূত্র : $2^2 + 1^2$
দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর তিন ভাগ

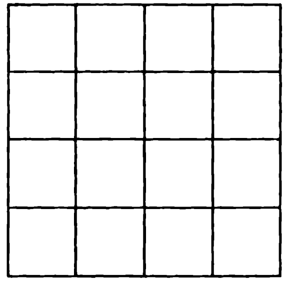


একক বর্গক্ষেত্র 9টি
4 বর্গক্ষেত্র যুক্ত 4টি
9 বর্গক্ষেত্র যুক্ত 1টি
(মূল বর্গক্ষেত্র)

মোট বর্গক্ষেত্র = $9 + 4 + 1 = 14$টি

সূত্র : $3^2 + 2^2 + 1^2 = 30$

দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর চার ভাগ



একক্ষ বর্গক্ষেত্র 16টি

4 বর্গক্ষেত্র যুক্ত 9টি

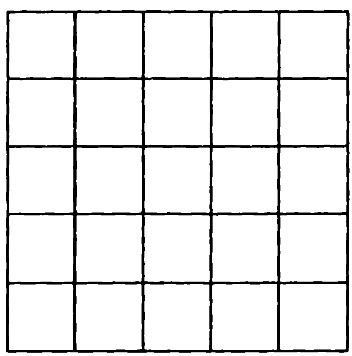
9 বর্গক্ষেত্র যুক্ত 4টি

16 বর্গক্ষেত্র যুক্ত 1টি

মোট বর্গক্ষেত্র = $16 + 9 + 4 + 1 = 30$টি

সূত্র : $4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 = 30$

দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর পাঁচ ভাগ



একক বর্গক্ষেত্র 25টি

4 বর্গক্ষেত্র যুক্ত 16টি

9 বর্গক্ষেত্র যুক্ত 9টি

16 বর্গক্ষেত্র যুক্ত 4টি

25 বর্গক্ষেত্র যুক্ত 1টি

মোট বর্গক্ষেত্র : $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$টি

সূত্র : $5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 = 55$

আয়তক্ষেত্র গণনা

সমান ভাগ

বর্গক্ষেত্রের মতো আয়তক্ষেত্রের হিসাব করা যায়। বন্ধুর কাছে বা প্রদর্শনীতে তুমি এই খেলাটি দেখাতে পার।

একটি নমুনা দিয়ে বোঝাচ্ছি। ধরো, একটি আয়তক্ষেত্রকে দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর সমান চার ভাগে ভাগ করা হল। চিত্রটিতে আয়তক্ষেত্রের হিসাব বের করে দেখাচ্ছি।

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

একক আয়তক্ষেত্রের = 16টি

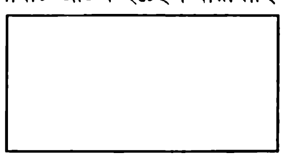
2টি আয়তক্ষেত্রে যুক্ত (1 + 2), (2 + 3), (3 + 4) (5 + 6), (6 + 7), (7 + 8), (9 + 10), (10 + 11), (11 + 12), (13 + 14), (14 + 15), (15 + 16) (1 + 5), (5 + 9), (9 + 13), (2 + 6), (6 + 10) (10 + 14), (3 + 7), (7 + 11), (11 + 15), (4 + 8), (8 + 12), (12 + 16)
= 24টি

3টি আয়তক্ষেত্রের যুক্ত : (1 + 2 + 3), (2 + 3 + 4), (5 + 6 + 7)
(6 + 7 + 8), (9 + 10 + 11), (10 + 11 + 12), (13 + 14 + 15)
(14 + 15 + 16), (1 + 5 + 9), (5 + 9 + 13), (2 + 6 + 10),
(6 + 10 + 14) (3 + 7 + 11), (7 + 11 + 18), (4 + 8 + 12),
(8 + 12 + 16) = 16টি

4টি আয়তক্ষেত্রের যুক্ত : (1 + 2 + 3 + 4), (5 + 6 + 7 + 8),
(9 + 10 + 11 + 12), (13 + 14 + 15 + 16), (1 + 5 + 9 + 13),
(2 + 6 + 10 + 14), (3 + 7+11 + 15), (4 + 8 + 12 + 16),
(1 + 2 + 5 + 6), (2 + 3 + 6 + 7), (3 + 4 + 7 + 8),
(5 + 6 + 9 + 10) (6 + 7 + 10 + 11), (7 + 8 + 11 + 12),
(9 + 10 + 13 + 14), (10 + 11 + 14 + 15), (11 + 12 + 15 + 16) =
17টি

6টি আয়তক্ষেত্রের যুক্ত : (1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7), (2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8)(5 + 6 + 7 + 9 + 10 + 11), (6 + 7 + 8 + 10+11 + 12)

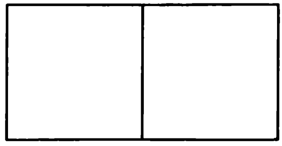
(9 + 10 + 11 + 13 + 14 + 15), (10 + 11 + 12 + 14 + 15 + 16)
(1 + 2 + 5 + 6 + 9 + 10), (5 + 6 + 9 + 10 + 13 + 14)
(2 + 3 + 6 + 7+10+11), (6 + 7 + 10 + 11 + 14 + 15),
(3 + 4 + 7 + 8 + 11 + 12), (7 + 8 + 11 + 12 + 15 + 16) = 12টি
4টি আয়তক্ষেত্র যুক্ত : (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8),
(5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12), (9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16),(1 + 2 + 5 + 6 + 9 + 10 + 13 + 14), (2 + 3 + 6 + 7 + 10 + 11 + 14 + 15),
(3 + 4 + 7 + 8 + 11 + 12 + 15 + 16 = 6টি
9টি আয়তক্ষেত্র যুক্ত : (1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 9 + 10 + 11)
(5 + 6 + 7 + 9 + 10 + 11 + 13 + 14 + 15), (2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 10 + 11 + 12), (6 + 7 + 8 + 10 + 11 + 12 + 14 + 15 + 16) = 4টি
12টি আয়তক্ষেত্র যুক্ত (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12),
(5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10.+ 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16), (1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 9 + 10 + 11 + 13 + 14+ 15), (2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 10 + 11 + 12+ 14+ 15+ 16) = 4টি
16টি আয়তক্ষেত্রের যুক্ত : 1টি (মূল আয়তক্ষেত্রের 16টি ক্ষুদ্র আয়তক্ষেত্রের যুক্ত)
মোট আয়তক্ষেত্রে = 16 + 24 + 16 + 17 + 12 + 6 + 4 + 1 = 100টি
মনে হচ্ছে তোমার কাছে হিসাবটি জটিল হচ্ছে। ধারাবাহিকভাবে বোঝাচ্ছি।



1. কোনো ভাগ নেই

আয়তক্ষেত্র 1টি

দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর দুই ভাগ



একক আয়তক্ষেত্র : 4টি

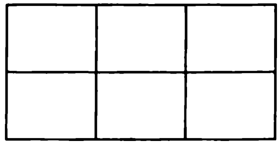
2 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 4টি

4 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 1টি

মোট আয়তক্ষেত্র $= 4 + 4 + 1 = 9$

সূত্র : $(1 + 2)^2 = 3^2 = 9 = 1^2 + 2^3$

দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর তিন ভাগ



একক আয়তক্ষেত্র : 9টি

2 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 12টি

3 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 6টি

4 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 4টি

6 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 4টি

9টি আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 1টি

মোট আয়তক্ষেত্র $= 9 + 12 + 6 + 4 + 4 + 1 = 36$

সূত্র : $(1 + 2 + 3)^2 = 6^2 = 36 = 1^3 + 2^3 + 3^3$

দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর n-সংখ্যক বিভাজনে সূত্রগুলি হল:

একক আয়তক্ষেত্র n^2

2 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : $2n(n - 1)$

3 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : $2n(n - 2)$

4 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : $(n - 1)^2 + 2n(3 - 3)$

(5) $\rightarrow 2n(n - 4)$

(6) $\rightarrow 2(n - 1)(n - 2) + 2n(n - 5)$

(7) $\rightarrow 2n(n - 6)$

(8) $\rightarrow 2n(n - 7) + 2(n - 1)(m - 3)$

(9) $\rightarrow (n - 2)^2 + 2n(n - 8)$

(10) $\rightarrow 2n(n - 9) + 2(n - 1)(n - 4)$

(11) $\rightarrow 2n(n - 10)$

(12) $\rightarrow 2n(n - 11) + 2(n - 1)(n - 5) + 2(n - 2)(n - 3)$

(13) $\rightarrow 2n(n - 12)$

(14) $\rightarrow 2n(n - 12) + 2(n - 1)(n - 6)$

(15) $\rightarrow 2n(n - 14) + 2(n - 2(n - 4)$

(16) $\rightarrow (n - 3)^2 + 2n(n - 15) + 2(n - 1)(n - 7)$

(17) $\rightarrow 2n(n - 16)$

(18) $\rightarrow 2n(n - 17) + 2(n - 1)(n - 8) + 2(n - 2)(n - 5)$

$(19) \rightarrow 2n(n-18)$

$(20) \rightarrow 2n(n-19) + 2(n-3)(n-4) + 2(n-1)(n-9)$

$(21) \rightarrow 2n(n-20) + 2(n-2)(n-6)$

$(22) \rightarrow 2n(n-21) + 2(n-1)(n-10)$

$(23) \rightarrow 2n(n-22)$

$(24) \rightarrow 2n(n-23) + 2(n-1)(n-11) + 2(n-2)(n-7) + 2(n-3)(n-5)$

অসমান ভাগ

দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর সমান ভাগের বিষয়টি পূর্বে আলোচনা করেছি। এখানে অসমান ভাগের বিষয়টি আলোচনা করব।

তোমার যেকোনো বন্ধু বা প্রদর্শনীতে যেকোনো দর্শক যদি জানতে চায়, যে বৃহৎ আয়তক্ষেত্রকে দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বারবার অসমান ভাগে ভাগ করা হলে মোট কয়টি আয়তক্ষেত্র হবে?

তোমার এই বিষয়টি অবশ্যই জানা দরকার।

ধরো, দৈর্ঘ্য বরাবর পাঁচ ভাগ এবং প্রস্থ বরাবর চার ভাগ করা হল। চিত্রে কয়টি আয়তক্ষেত্র হবে?

দৈর্ঘ্য বরাবর পাঁচ ভাগ

প্রস্থ বরাবর চারভাগ

একক আয়তক্ষেত্র : 20টি

(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20)

2 আয়তক্ষেত্র যুক্ত (1 + 2), (2 + 3), (3 + 4), (4 + 5), (6 + 7), (7 + 8), (8 + 9), (9 + 10),

(11 + 12), (12 + 13), (13 + 14), (14 + 15), (16 + 17), (17 + 18), (18 + 19),

(19 + 20), (1 + 6), (6 + 11), (11 + 16), (2 + 7), (7 + 12), (12 + 17), (3 + 8),

(8+13), (13+18), (4+9), (9+14), (14+19), (5+10), (10+15), (15+20) = 31

3 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : (1 + 2 + 3), (2 + 3 + 4), (3 + 4 + 5), (6 + 7 + 8), (7 + 8 + 9),

(8 + 9 + 10), (11 + 12 + 13), (12 + 13 + 14), (13 + 14 + 15), (16 + 17 + 18),

(17 + 18 + 19), (18 + 19 + 20), (1 + 6 + 11), (6 + 11 + 16), (2 + 7 + 12),

(7 + 12 + 17), (3 + 8 + 13), (8 + 13 + 18), (4 + 9 + 14), (9 + 14 + 19),

(5+ 10+ 15), (10+ 15+ 20) = 22

4 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : (1 + 2 + 3 + 4), (2 + 3 + 4 + 5), (6 + 7 + 8 + 9), (7 + 9 + 10),

(11 + 12 + 13 + 14), (12 + 13 + 14 + 15), (16+17+18 + 19), (17+18 + 19 + 20),

(1 + 6 + 11 + 16), (2 + 7 + 12 + 17), (3 + 8 + 13 + 18), (4 + 9 + 14 + 19),

(5 + 10 + 15 + 20), (1 + 2 + 6 + 7), (2 + 3 + 7 + 8), (3 + 4 + 8 + 9)

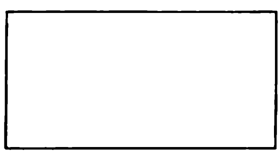
(4 + 5 + 9 + 10), (6 + 7 + 11+ 12), (7 + 8 + 12 + 13), (8 + 9 + 13 + 14),

(9 +10 + 14 + 15), (11+ 12 +16 +17), (12 +13 +17 +18), (13 +14 +18 +19),

(14 + 15 + 19 + 20) = 25টি

চিত্র ধরে ধরে আয়তক্ষেত্রের হিসাব নির্ণয় করা সহজ। কিন্তু সময় সাপেক্ষ। আয়তক্ষেত্রের মোট হিসাব সরাসরি বের করাও সহজ। আমি যতটা আলোচনা করেছি তার মধ্য দিয়ে আয়তক্ষেত্রের মোট হিসাব বের করা সম্ভব নয়। ধারাবাহিকভাবে আলোচনা করছি।

কোনো ভাগ নেই।



1. আয়তক্ষেত্র 1টি

দৈর্ঘ্য বরাবর দুভাগ প্রস্থ বরাবর ভাগ নেই

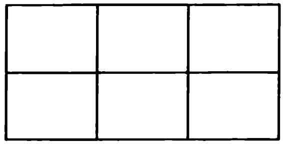
২. একক আয়তক্ষেত্র : 2টি

2 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 1টি

মোট আয়তক্ষেত্র = 2 + 1 = 3

সূত্র : $(1 + 2) \times 1 = 3$

দৈর্ঘ্য বরাবর 3 ভাগ প্রস্থ বরাবর 2 ভাগ



৩. একক আয়তক্ষেত্র 6টি

2 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 4 + 3 = 7

3 আয়তক্ষেত্র যুক্ত 2 টি

4 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 2

6 আয়তক্ষেত্রর যুক্ত 1

মোট আয়তক্ষেত্র = 6 + 7 + 2 + 2 = 18

সূত্র : (1 + 2 + 3)(1 + 2) = 6 × 3 = 18

4. দৈর্ঘ্য বরাবর 3 ভাগ প্রস্থ্ বরাবর 4 ভাগ

একক আয়তক্ষেত্র : 12টি

2 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 8 + 9 = 17

3 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 4 + 6 10

4 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 6 + 3 = 9

6 আয়তক্ষেত্রর যুক্ত : 3 + 4 = 7

8 আয়তক্ষেত্র যুক্ত : 2

9 আয়তক্ষেত্র যুক্ত 2

12 আয়তক্ষেত্র যুক্ত 1

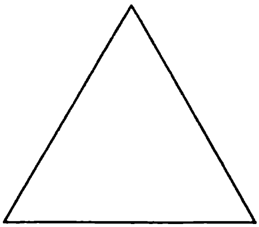
মোট আয়তক্ষেত্র = 12 + 17 + 10 + 9 + 7 + 2 + 2 + 1 = 60

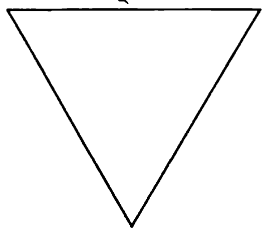
সূত্র : (1 + 2 + 3) ×(1 + 2 + 3 + 4) = 6 × 10 = 60

ত্রিভুজ গণনা

বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের মতো ত্রিভুজকেও কয়েকটি ভাগে বিভাজন করে গণনা করা যায়। ত্রিভুজের বিভাজন করার ক্ষেত্রে দুই ধরনের ত্রিভুজ পাই– সাধারণ ত্রিভুজ ও বিপরীত ত্রিভুজ

ভূমি

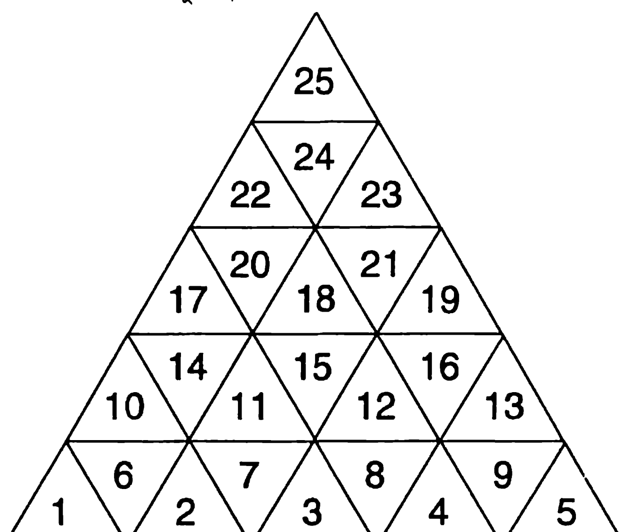




ভূমি

সাধারণ ত্রিভুজ　　　　　　　　বিপরীত ত্রিভুজ

মনে করো, একটি ত্রিভুজকে তার প্রত্যক বাহু বরাবর পাঁচটি ভাগে ভাগ করা হল। এই বিভাজনের মোট কয়টি ত্রিভুজ হবে?



একক ত্রিভুজ : 15 + 10 = 25

সাধারণ ত্রিভুজ : (1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 17, 18, 19, 22, 23, 25) = 15টি

বিপরীত ত্রিভুজ : (6, 7, 8, 9, 14, 15, 16, 20, 21, 24) = 10টি

মোট 15 + 10 = 25টি

4 ত্রিভুজযুক্ত 10 + 3 = 13টি।

সাধারণ ত্রিভুজ (1 + 2 + 6 + 10), (2 + 3 + 7 + 11), (3 + 4 + 8 + 12),

(4 + 5 + 9 + 13), (10 + 11 + 14 + 17), (11 + 12 + 15 + 18_, (12 + 13 + 16 + 19),

(17 + 18 + 20 + 22), (18 + 19 + 21 + 23), (22 + 23 + 24 + 25) = 10

বিপরীত ত্রিভুজ (14 + 15 + 11 + 7), (15 + 12 + 8), (20 + 21 + 18 + 15) = 3

সর্বমোট = 10 + 3 = 13টি

9 ত্রিভুজযুক্ত (1+2+3+6+7+10+11 + 14+17), (2+3+4+7+8+11 + 12+15+

18), (3+4+5+8+9+12+13+16+19), (10+11 + 12+14+15+17+18+20+22),

(11+12+13+15+16+18+19+21+23), (17+18+19+20+21+22+23+24+25) = 6টি

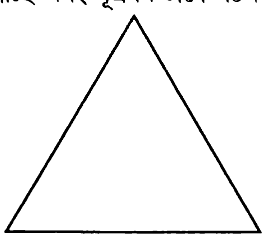
16টি ত্রিভুজযুক্ত : 3টি

(1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 10 + 11 + 12 + 14 + 15 + 17 + 18 + 20 + 22), (2 + 3 + 4 + 5 + 7 + 8 + 9 + 11 + 12 + 13 + 15 + 16 + 18 + 19 + 21 + 23), (10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17+18 + 19 + 20 + 21 + 22 + 23 + 24 + 25) = 3টি

25টি ত্রিভুজযুক্ত 1টি (মূল ত্রিভুজ)

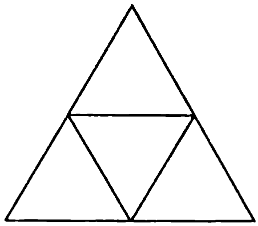
সর্বমোট ত্রিভুজ 25 + 13 + 6 + 3 + 1 = 48টি।

এবার ধারাবাহিকভাবে ধাপে ধাপে ত্রিভুজের বিভাজন করে তার গণনা করে দেখাচ্ছি এবং সূত্র কিভাবে গঠন করা যায় তা আলোচনা করছি।



কোনো ভাগ নেই

ত্রিভুজ 1টি



বাহু বরাবর দু-ভাগ n = 2

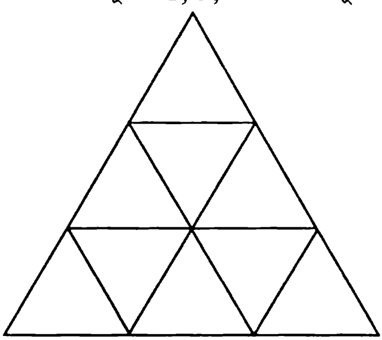
একক ত্রিভুজ 4টি

4 ত্রিভুজ যুক্ত 1টি

মোট ত্রিভুজ = 4 + 1 = 5

সূত্র : $1 + \begin{Bmatrix} (1+2) \\ +1 \end{Bmatrix} = 1 + \begin{Bmatrix} 3 \\ +1 \end{Bmatrix} = 1 + 4 = 5$

সাধারণ ত্রিভুজ 1, 3, বিপরীত ত্রিভুজ : 1



বাহু বরাবর 3 ভাগ

একক ত্রিভুজ : 9টি

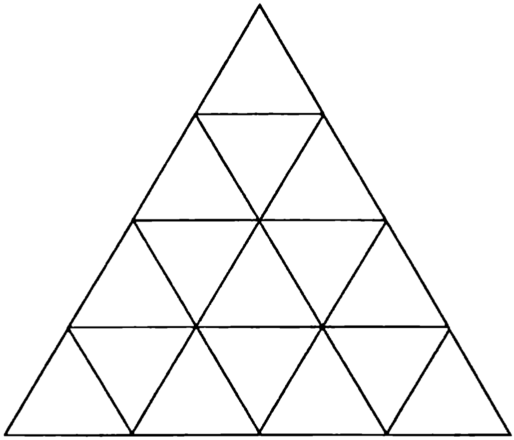
4 ত্রিভুজ যুক্ত : 3টি

9 ত্রিভুজ যুক্ত : 1টি

মোট ত্রিভুজ : 9 + 3 + 1 = 13

সূত্র : $1 + (1 + 2) + \begin{Bmatrix} (1+2+3) \\ +(1+2) \end{Bmatrix} = 1 + 3 + \begin{Bmatrix} 6 \\ +3 \end{Bmatrix} = 1 + 3 + 9 = 13$

সাধারণ ত্রিভুজ : 1, 3, 6 বিপরীত ত্রিভুজ 3



বাহু বরাবার 4 ভাগ

একক ত্রিভুজ   16টি

4 ত্রিভুজ যুক্ত : 7টি

9 ত্রিভুজ যুক্ত   3টি

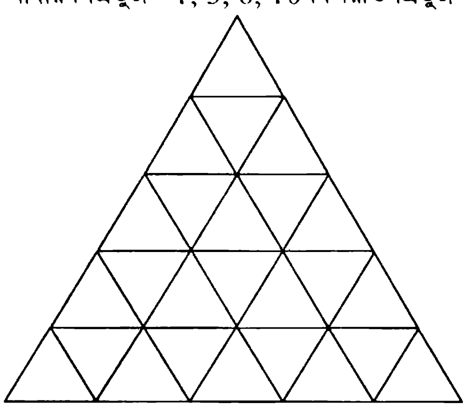
16 ত্রিভুজ যুক্ত : 1টি

মোট ত্রিভুজ : 16 + 7 + 3 + 1 = 27

সূত্র : $1 + (1 + 2) + \begin{Bmatrix} (1+2+3) \\ +1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (1+2+3+4) \\ +(1+2+3) \end{Bmatrix}$

$$= 1 + 3 + \begin{Bmatrix} 6 \\ +1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 10 \\ +6 \end{Bmatrix} = 1 + 3 + 7 + 16 = 27$$

সাধারণ ত্রিভুজ   1, 3, 6, 10 বিপরীত ত্রিভুজ 1, 6



বাহু বরবার 5 ভাগ

একক ত্রিভুজ : 25টি

4 ত্রিভুজ যুক্ত : 13টি

9 ত্রিভুজ যুক্ত : 6টি

16 ত্রিভুজ যুক্ত : 3টি

25 ত্রিভুজ যুক্ত : 1টি

মোট ত্রিভুজ : $25 + 13 + 6 + 3 + 1 = 48$

সূত্র $1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + \begin{Bmatrix} (1+2+3+4) \\ +(1+2) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (1+2+3+4+5) \\ +(1+2+3+4) \end{Bmatrix}$

$$= 1 + 3 + 6 + \begin{Bmatrix} 10 \\ +3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 15 \\ +10 \end{Bmatrix} = 1 + 3 + 6 + 13 + 25 = 48$$

সাধারণ ত্রিভুজ : 1, 3, 6, 10, 15 **বিপরীত ত্রিভুজ :** 3, 10

একক অঙ্ক নির্ণয়ের খেলা

কোনো সংখ্যামালার যেকোনো ঘাতে তার একক অঙ্ক কী হতে পারে তা সহজেই বলা যায়। ধর 258869^{5673} এর একক অঙ্ক কী হবে? এর একক অঙ্ক হবে 9। সহজেই মুখে মুখে বলা যায়। এই বিষয়ে নিয়ে বন্ধু-বান্ধবের কাছে খেলা করা যায়।

তুমি তোমার বন্ধুকে জিজ্ঞাসা করলে, $(58946)^{65834}$ এক একক অঙ্ক কী? বন্ধু যদি বিষয়টি জানে তবে তৎক্ষণাৎ উত্তর দেবে-6।

কী করে এত সহজে বলা যায় তা আলোচনা করছি।

1 (এক) এর যে কোনও ঘাতের একক সংখ্যা '1'

$1^{1258} = 1, 1^{654} = 1, 1^{9583} = 1561^{6433} \rightarrow 1$

6 এর যে কোনো ঘাতের একক সংখ্যা 6

$6^1 = 6, 6^2 = 36, 6^3 = 216, 6^4 = 1296, 6^5 = 776, 6^6 = 46656, 6^7 = 78125$

$16^{54} \rightarrow 6, 26^{893} \rightarrow 6, 326^{1256} \rightarrow 6, 586^{647} \rightarrow 6$

5 এর যে কোনো ঘাতের একক সংখ্যা 5

$5^1 = 5, 5^2 = 25, 5^3 = 125, 5^4 = 625, 5^5 = 3125, 5^6 = 15625, 5^7 = 78125$

$5^{894} \rightarrow 5, 35^{6843} \rightarrow 5, 115^{594} \rightarrow 5, 1105^{679} \rightarrow 5$

2 এর ঘাত $2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16 \rightarrow 6$

2^4 হলে হচ্ছে 16 (একক অঙ্ক 6) ঘাত 4 গুণিতক হলে হয় '6' আর 6 এর যে কোনো ঘাতে একক অঙ্ক 6 হয়।

$2^4 \rightarrow 6, 2^8 \rightarrow 6, 2^{20} \rightarrow 6, 2^{580} \rightarrow 6, 2^{6832} \rightarrow 6$

কিন্তু, 2^{583} এর একক অঙ্ক কী?

$2^{583} = 2^{4\times145+3} = 2^{4\times145}.2^3 \rightarrow 6.2^3 = 6.8 \rightarrow 8$

$(242)^{962} = (242)^{4\times240+2} \rightarrow 2^{4\times240}.2^3 \rightarrow 6.2^2 = 6.4 \rightarrow 4$

3 এর ঘাত $3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^4 = 81$ একক অঙ্ক '1'

'1' এর যে কোনো ঘাতে একক অঙ্ক '1' হয় তাই তাই 3 এর 4 গুণিতক ঘাতের একক অঙ্ক '1' হয়।

$3^8 \rightarrow 1, 3^{24} \rightarrow 1, 3^{36} \rightarrow 3^{84} \rightarrow 1, 3^{900} \rightarrow 1$

কিন্তু, 3^{697} এর একক অঙ্ক কি?

$3^{697} = 3^{4\times194+1} = 3^{4\times194}.3^1 \rightarrow 1.3 = 3$

$383^{7195} = 383^{4\times1923+3} \rightarrow {}^{34\times1923}\ 3^3 \rightarrow 1.3^3 = 1.27 \rightarrow 7$

4 এর ঘাত $4^1 = 4, 4^2 = 16$ (একক অঙ্ক 6)

6 এর যে কোনো ঘাতে একক অঙ্ক 6 হয়

4 এর যুগ্ম ঘাতে একক অঙ্ক 6 হয়, আর অযুগ্ম ঘাতে একক অঙ্ক 4 হয়।

$4^{593} \rightarrow 4, 14^{462} \rightarrow 6, 44^{1001} \rightarrow 4, 504^{2944} \rightarrow 6$

7 এর ঘাত $7^1 = 7, 7^2 = 49, 7^3 = 343, 7^4 = 2401$

7 এর 4 গুণিতক ঘাতে একক অঙ্ক 1 হচ্ছে

$7^8 \rightarrow 1, 7^{24} \rightarrow 1, 7^{296} \rightarrow 1, 7^{5864} \rightarrow 1$

$127^{563} \rightarrow 7^{4\times140+3} = 7^{4\times140}\ 7^3 \rightarrow 1.3 = 3\ (7^3 = 243 \rightarrow 3)$

8 এর ঘাত $8^1 = 8, 8^2 = 64, 8^3 = 512, 8^4 = 4096 \rightarrow 6$

8 এর 4 গুণিতক ঘাতে একক অঙ্ক 1 হচ্ছে

$8^{24} \rightarrow 6, 8^{48} \rightarrow 6, 8^{112} \rightarrow 6, 8^{9024} \rightarrow 6$

$418^{958} \rightarrow 8^{958} = 8^{4\times239+2} = 8^{4\times239}\ 8^2 \rightarrow 6.4 \rightarrow 4\ (8^2 = 64 \rightarrow 4)$

9 এর ঘাত $9 = 9, 9^2 = 81,$

9 এর যুগ্ম ঘাতে এবং অযুগ্ম ঘাতে 9 হয়।

$9^{42} \rightarrow 1, 9^{19} \rightarrow 9, 9^{520} \rightarrow 1, 9^{417} \rightarrow 9, 239^{68} \rightarrow 1, 619^{43} \rightarrow 9, 7299^{948} \rightarrow 1$

এবার বুঝতে পারছ, যেকোনো সংখ্যামালার যেকোনো ঘাতে তার একক অঙ্ক কী হতে পারে তা সহজে মুখে মুখে বলে দেওয়া যায়।

বর্গসংখ্যা নিয়ে খেলা

কোনো সংখ্যা বর্গসংখ্যা কিনা তা বর্গ না করে বলে দেওয়া যায়। যেমন, 1023 এটি বর্গমূল করে বলে দেওয়া যায় সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা নয়। এটা ঠিক, এক্ষেত্রে একশো ভাগ নিশ্চিত হয়ে বলা যায়, তবে বিপরীত একশো ভাগ নিশ্চিত হয়ে বলা যায় না যে, সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা এই বিষয় নিয়ে বন্ধু বান্ধবের মধ্যে খেলা করা যায়।

ধরো, তোমার এক বন্ধু তোমাকে জিজ্ঞাসা করল 58694369 সংখ্যামালাটি বর্গসংখ্যা নয় কিনা? বর্গমূল নির্ণয় না করে বলে দিতে হবে। কিভাবে তুমি উত্তর দেবে– সেই আলোচনায় আসছি।

স্বভাবতই, বর্গসংখ্যার একক অঙ্ক 0, 1, 4, 5, 6, 9, হয়ঃ যেমন $1^2 \rightarrow 1$, $2^2 4$, $3^2 \rightarrow 9$, $4^2 \rightarrow 6$, $5^2 \rightarrow 5$, $6^2 \rightarrow 6$, $7^2 \rightarrow 9$, $8^2 \rightarrow 4$, $9^2 \rightarrow 1$, $10^2 \rightarrow 0$।

বর্গসংখ্যার অঙ্কগুলির সমষ্টিকে এক অঙ্কে প্রকাশ করলে 1, 4, 7, 9 পাই। বারবার যোগ করে গেলে এই সংখ্যাগুলি পাই। 1 থেকে 20 পর্যন্ত সংখ্যাগুলির বর্গ করে দেখাচ্ছি।

$1^2 = 1$

$2^2 = 4$

$4^2 = 16 \rightarrow 1 + 6 = 7$

$5^2 = 25 \rightarrow 2 + 5 = 7$

$6^2 = 36 \rightarrow 3 + 6 = 9$

$7^2 = 49 \rightarrow 4 + 9 = 13 \rightarrow 1 + 3 = 4$

$8^2 = 64 \rightarrow 6 + 4 = 10 \rightarrow 1 + 0 = 1$

$9^2 = 81 \rightarrow 8 + 1 = 9$

$10^2 = 100 \rightarrow 1 + 0 + 0 = 1$

$11^2 = 121 \rightarrow 1 + 2 + 1 = 4$

$12^2 = 144 \rightarrow 1 + 4 + 4 = 9$

$13^2 = 169 \rightarrow 1 + 6 + 9 = 16 \rightarrow 1 + 6 = 7$

$14^2 = 196 \rightarrow 1 + 9 + 6 = 16 \rightarrow 1 + 6 = 7$

$15^2 = 225 \rightarrow 2 + 2 + 5 = 9$

$16^2 = 256 \rightarrow 2 + 5 + 6 = 13 \rightarrow 1 + 3 = 4$

$17^2 = 289 \rightarrow 2 + 8 + 9 = 19 \rightarrow 1 + 9 = 10 \rightarrow 1 + 0 = 1$

$18^2 = 324 \rightarrow 3 + 2 + 4 = 9$

$19^2 = 361 \rightarrow 3 + 6 + 1 = 10 \rightarrow 1 + 0 = 1$

$20^2 = 400 \rightarrow 4 + 0 + 0 = 4$

সংখ্যাগুলিকে বর্গ করে এক অঙ্কে প্রকাশ করলে 1. 4, 7, 9 পাই। কোনো কোনো সংখ্যার বর্গ থেকে এই সংখ্যাগুলি পাওয়া যায় তারও হিসাব দেওয়া যায়।

'1' পাওয়া যায় 1, 8, 10, 17, 19, 26, 28 সংখ্যাগুলির বর্গ থেকে।

$1 \in (1, 8, 10, 17, 19, 26, 28, ...)$

অনুরূপে, $4 \in (2, 7, 11, 16, 20, 25, 24,...)$

$7 \in (4, 5, 13, 14, 22, 23,...)$

$9 \in (3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27,...)$

এই তথ্যগুলি নিয়ে সূত্র গঠন করে দেখাচ্ছি।

$1 \in \{(9n + 1), (9n - 1)\}, n = 0\ 1, 2, 3,...$

$4 \in \{(9n + 2, 9n - 2\}, n = 0, 1, 2, 3,...$

$7 \in \{9n + 4, 9n - 4), n = 0, 1, 2, 3, ...$

$9 \in \{3n\}, n = 1, 2, 3, ...$

এবার, পূর্বের উদাহরণে আসি। 58694369 একক অঙ্ক 9.

বর্গসংখ্যা হতে পারে। কেননা বর্গসংখ্যার একক অঙ্ক হল 0, 1, 4, 5, 6, 9.

অঙ্কগুলির সমষ্টি $5 + 8 + 6 + 9 + 4 + 3 + 6 + 9 = 50 \rightarrow 5 + 0 = 5$. সমষ্টি 5 তে প্রকাশিত হচ্ছে। বর্গসংখ্যা 1, 4, 7, 9 তে প্রকাশিত হয়।

58694369 সংখ্যামালাটি বর্গসংখ্যা নয়।

উদাহরণ 2. 279821, একক অঙ্ক '1' বর্গসংখ্যা হতে পারে।

অঙ্কগুলির সমষ্টি $= 2 + 7 + 9 + 8 + 4 + 1 = 31 \rightarrow 3 + 1 = 4$ সংখ্যা হতে পারে।

বাস্তবিকই, $279841 = 529^2$। 279841বর্গসংখ্যা।

উদাহরণ 3. 253269, একক অঙ্ক '9'। বর্গসংখ্যা হতে পারে।

অঙ্কগুলির সমষ্টি $= 2 + 5 + 3 + 2 + 6 + 9 = 27 \rightarrow 2 + 7 = 9$। বর্গসংখ্যা হতে পারে।

বাস্তবিকই $253269 = 263 \times 107 \times 9$। $\therefore$ বর্গসংখ্যা নয়।

মন্তব্য : কোনো সংখ্যামালা বর্গসংখ্যা কিনা নিশ্চিতভাবে বলা যায় না। কিন্তু সংখ্যামালাটি বর্গসংখ্যা নয় তা নিশ্চিতভাবে বলা যায়।

খেলায় বিষয়টি এমন হবে :***...*** সংখ্যামালাটি বর্গসংখ্যা নয় তা বর্গ না করে বলে দিতে হবে'।

কতিপয় বর্গসংখ্যাকে দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করার খেলা

এমন কী বর্গসংখ্যা আছে যাকে দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা যায়? হ্যাঁ আছে, যেমন: 5, 100 ইত্যাদি। সংখ্যাগুলি ছিল পিথাগোরীয় সংখ্যা।

$25 = 5^2 = 3^2 + 4^2$

$100 = 10^2 = 6^2 + 8^2$

এই সব সংখ্যা নির্ণয়ের সূত্র সহজে গঠন করা যায়।

ধরি, $n = xy = x^2 \ (\because \ x = y)$

$= (a^2 + b^2) = (a^2 + b^2)(a^2 + b^2)$

$= (a^2 - b^2) + (2ab)^2$

পূর্বের সূত্র : $(a^2 + b^2)\ (c^2 + d^2))$

$= (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2$

বা, $= (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$

$c = a, d = b$ বসিয়ে পাওয়া যায়।

সূত্রটি হল $(a^2 + b^2) = (a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2$

$25 = (1^2 + 2^2) = (1^2 \quad 2^2) + (2.1.2)^2 = 3^2 + 4^2$

$100 = (1^2 + 3^2)^2 = (1^2 - 3^2)^2 + (2.1.3)^2 = 8^2 + 6^2$

$289 = (1^2 + 4^2) = (1^2 \quad 4^2) + (2.\ 1.\ 4)^2 = 15^2 + 8^2$

$676 = (1^2 + 5^2)^2 = (1^2 - 5^2)^2\ (2.\ 1.\ 5)^2 = 24^2 + 10^2$

$1369 = (1^2 + 6^2)^2 = (1^2 - 6^2)^2 + (2.\ 1.\ 6)^2 = 35^2 + 12^2$

$2500 = (1^2 + 7^2)^2 = (1^2 - 7^2)^2 + (2.\ 1.\ 7)^2 = 48^2 + 14^2$

$4225 = (1^2 + 8^2)^2 = (1 - 8^2)^2 + (2.\ 1.\ 8)^2 = 63^2 + 16^2$

$6724 = (1^2 + 9^2)\ (1^2 - 9^2)^2 + (2.\ 1.\ 9)^2 = 80^2 + 18^2$

$10201 = (1^2 + 10^2) = (1^2 - 10^2) + (2.\ 1.\ 10)^2 = 99^2 + 20^2$

$169 = (\ (2^2 + 3^2) = (2^2 - 3^2) + (2.\ 2.\ 3)^2 = 5^2 + 12^2$

$400 = (2^2 + 4^2)^2 = (2^2 - 4^2) + (2.\ 2.\ 4)^2 = 12^2 + 16^2$

$841 = (2^2 + 5^2) = (2^2 - 5^2) + (2.\ 2.\ 5) = 21^2 + 20^2$

$1600 = (2^2 + 6^2)^2 = (2^2 - 6^2) + (2.\ 2.\ 6) = 32^2 + 24^2$

$2809 = (2^2 + 7^2) = (2^2 - 7^2) + (2.\ 2.\ 7)^2 = 45^2 + 28^2$ ইত্যাদি।

সংখ্যাকে দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করার খেলায় 2 নং সারণিতে যে সংখ্যাগুলি লেখা হয়েছে তার মধ্যে পৃথক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি হিসাবে যে সংখ্যাগুলি গঠিত হয়– কেবল সেই সংখ্যাগুলি বর্গ করলে উপরের সংখ্যাগুলি পাব। 1 থেকে 100 এর মধ্যে 34টি সংখ্যার মধ্যে (2, 8, 18, 32, 72, 98) 6টি সংখ্যা বাদ দিয়ে বাকি 28 টি সংখ্যাকে নিয়মে আনা যায়। $50 = 5^2 + 5^2$ হলেও নিয়মে আনা যায়, কারণ $50 = 1^2 + 7^2$ হয়।

মন্তব্য : পূর্বে পিথাগোরীর ত্রয়ী আলাদাভাবে আলোচনা করেছি।

কতিপয় বর্গসংখ্যাকে তিনটি বর্গসংখ্যার সমষ্টিরূপে প্রকাশ করার খেলা

কতিপয় বর্গসংখ্যাকে তিনটি পূর্ণসংখ্যার বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা যায়।

$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$

$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$

$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$

$4^2 + 5^2 + 20^2 = 21^2$

$5^2 + 6^2 + 30^2 = 31^2$

$6^2 + 7^2 + 42^2 = 43^2$

$7^2 + 8^2 + 56^2 = 57^2$

$8^2 + 9^2 + 72^2 = 73^2$

$9^2 + 10^2 + 90^2 = 91^2$

সূত্রটি সহজ সরলভাবে গঠন করা যায়।

সূত্রটি হল : $n^2 + (n+1)^2 + \{n(n+1)\}^2 = \{n(n+1)+1\}^2$

উপরের সংখ্যাগুলি থেকে অভেদ গঠন করা যায়, যেমন,

$n^2 + (2n)^2 + (2n)^2 = (3n)^2$

$(2n)^2 + (3n)^2 + (6n)^2 = (7n)^2$ ইত্যাদি

$(3n)^2 + (4n)^2 + (12n)^2 = (13n)^2$ ইত্যাদি

$n = 1, 2, 3, 4, \ldots$ স্বাভাবিক সংখ্যা।

সংখ্যাকে দুইভাবে তিনটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করার খেলা

পরপর (ক্রমিক) তিনটি পূর্ণসংখ্যার বর্গের সমষ্টিকে পুনরায় তিনটি পূর্ণসংখ্যার বর্গেও সমষ্টি রূপে প্রকাশ করা যায়। যেমন :

$4^2 + 5^2 + 6^2 = 2^2 + 3^2 + 8^2 = 77$
$5^2 + 6^2 + 7^2 = 1^2 + 3^2 + 10^2 = 110$
$6^2 + 7^2 + 8^2 = 1^2 + 2^2 + 12^2 = 149$
$7^2 + 8^2 + 9^2 = 3^2 + 4^2 + 13^2 = 194$
$8^2 + 9^2 + 10^2 = 2^2 + 4^2 = 15^2 = 245$
$9^2 + 10^2 + 11^2 = 2^2 + 3^2 + 17^2 = 302$
$10^2 + 11^2 + 12^2 = 4^2 + 5^2 + 18^2 = 365$
$11^2 + 12^2 + 13^2 = 3^2 + 5^2 + 20^2 = 434$
$12^2 + 13^2 + 14^2 = 3^2 + 4^2 + 22^2 = 509$
$13^2 + 14^2 + 15^2 = 5^2 + 6^2 + 23^2 = 590$
$14^2 + 15^2 + 16^2 = 4^2 + 6^2 + 25^2 = 677$
$15^2 + 16^2 + 17^2 + = 4^2 + 5^2 + 27^2 = 770$
$16^2 + 17^2 + 18^2 = 6^2 + 7^2 + 28^2 = 869$
$17^2 + 18^2 + 19^2 = 5^2 + 7^2 + 30^2 = 974$
$18^2 + 19^2 + 20^2 = 5^2 + 6^2 + 32^2 = 1085$
$19^2 + 20^2 + 21^2 = 7^2 + 8^2 + 33^2 = 1202$
$20^2 + 21^2 + 22^2 = 6^2 + 8^2 + 35^2 = 1325$
$21^2 + 22^2 + 23^2 = 6^2 + 7^2 + 37^2 = 1454$
$22^2 + 23^2 + 24^2 = 8^2 + 9^2 + 38^2 = 1589$
$23^2 + 24^2 + 25^2 = 7^2 + 9^2 + 40^2 = 1730$
$24^2 + 25^2 + 26^2 = 7^2 + 8^2 + 42^2 = 1877$

পরপর 3টি সম্পর্কের মধ্যে সাদৃশ্য লক্ষ করা যায়। পূর্বের 3টি সম্পর্কের সাদৃশ্যগুলি লক্ষ্য করে পরবর্তী তিনটি সম্পর্ক প্রকাশ করা যায়। যেমন– প্রথমের তিনটি সম্পর্কের মধ্যে পাচ্ছি : বাম দিকের প্রথম সংখ্যা 4 এর 2 গুণ হচ্ছে ডান দিকের তৃতীয় সংখ্যা 8.

পরবর্তী তিনটিতে 2 গুণ থেকে এক কম তার পরের তিনটিতে 2 গুণ থেকে 2 কম হচ্ছে। প্রতি তিনটি সম্পর্ককে একটি গ্রুপ (দল) ধরলে সাতটি গ্রুপে যে সাদৃশ্যগুলি লক্ষ্য করা যায় তাতে সপ্তম গ্রুপের ডান দিকের সংখ্যা 38 বাম দিকের 22

এর 2 গুণ থেকে 6 কম হচ্ছে। ডান দিকের বাকি সংখ্যাগুলি (8, 9) ধারাবাহিকভাবে আসছে। সাদৃশ্য লক্ষ করে অষ্টম ও নবম সম্পর্কগুলি দেখাচ্ছি।

$25^2 + 26^2 + 27^2 = 9^2 + 10^2 + 43^2, \quad (25 \times 2 - 7 = 43)$

$26^2 + 27^2 + 28^2 = 8^2 + 10^2 + 45^2$

$\underline{27^2 + 28^2 + 29^2 = 8^2 + 9^2 + 47^2}$

$28^2 + 29^2 + 30^2 = 10^2 + 11^2 + 48^2, \quad (28 \times 2 - 8 - 48)$

$29^2 + 30^2 + 31^2 = 9^2 + 11^2 + 50^2$

$\underline{30^2 + 31^2 + 32^2 = 9^2 + 10^2 + 52}$

সম্পর্কগুলির সাদৃশ্য অনুসরণ করে সূত্র গঠন করা যায় কিনা?— অবশ্যই করা যায়। সূত্রটি একটি গ্রুপের (দলের) তিনটি সম্পর্কের জন্য প্রযোজ্য হবে। সাদৃশ্য লক্ষ করে, অনেক কসরৎ করে সূত্রটি গঠন করেছি। সূত্রটি হল

$(3n + 1)^2 + (3n+2)^2 + (3n + 3)^2 = (n + 1)^2 + (n + 2)^2 + (5n + 3)^2$

$(3n+2)^2 + (3n + 3)^2 + (3n + 4)^2 = n^2 + (n + 2)^2 + (5n + 5)^2$

$(3n + 2)^2 + ((3n + 4)^2 + (3n + 5)^2 = n^2 + (n + 1)^2 + (5n + 7)^2$

$n = 1, 2, 3,$ ধরে যেকোনো গ্রুপের মান বের করা যায়।

$n = 12$ ধরলে 12 তম গ্রুপের মান বের করা যায়।

$37^2 + 38^2 + 39^2 = 13^2 + 14^2 + 63^2 = 4334$

$38^2 + 39^2 + 40^2 = 12^2 + 14^2 + 65^2 = 4565$

$39^2 + 40^2 + 41^2 = 12^2 + 13^2 + 67^2 = 4802$

এইভাবে অসংখ্য দল গঠন করা যায়।

প্যালিনড্রোমিক সংখ্যা নির্ণয়ের খেলা

যে সংখ্যাকে বাম দিক থেকে ডান দিকে এবং ডান দিক থেকে বাম দিকে পড়লে একই সংখ্যা হয় তাকে প্যালিনড্রোমিক সংখ্যা বলে। যেমন

525, 646, 12321, 13031, 87755778

333, 22, 1001, 717717

Palindrome: a word or phrase that reads the same backwards a s forwardsm, for example, madam on nurses run (Oxford Advanced Learner;s dictionary–A.S. Hornby)

Palindrome: a word, verse or sentence (as "Able was I ere I saw Elba") that reads the same backward or forward (Webster's seventh new collegiate dictionary)

প্যালিনড্রোমিক সংখ্যাকে ডান দিক বা বাম দিক থেকে পড়লে যেমন একই হয়ে থাকে তেমন কোনো শব্দে, বাক্যাংশকে ডান বা বাম দিকে থেকে পড়লে একই হয়।

দুই অক্ষর শব্দ বাবা, মামা কাকা, দাদা দিদি, তত, খাঁখাঁ, পাপা, টাটা, লিলি, বিবি, শিশি, চাচা।

তিন অক্ষর শব্দ কটক, পাদুপা, রামরা, বাহবা, রামরা, বাহবা, মরম, নয়ন, কনক, কণিকা, দরদ, কালিকা,

POP, DAD, TAT, TOT, TIT, EYE, BOB, NUN, GAG, PUP

চার অক্ষর : DEED, NOON, PEEP

পাঁচ অক্ষর মামার মামা, বাবার বাবা, কাকার কাকা, সিমার মাসি, দাদির দিদা, ঠাকুর কুঠা, Madam.

প্যালিনড্রোমিক সংখ্যা কিভাবে সৃষ্টি হচ্ছে– তা দেখাচ্ছি।

• $11^2 = 121$	$11^3 = 1331$
$111^2 = 12321$	$111^3 = 1367631$
$1111^2 = 1234321$	$11^4 = 14641$
$11111^2 = 12345421$	$202^2 = 40804$
$111111^2 = 12345654321$	$212^2 = 44944$
$1111111^2 = 1234567654321$	$11111111^2 = 12345678765321$
$111111111^2 = 12345678987654321$	$307^2 = 94249$
• $142857 \times 7 = 999\ 999$	$37 \times 3 = 111$
$76923 \times 13 = 999\ 999$	$37037 \times 3 = 111\ 111$
$8547 \times 13 = 111\ 111$	$15873 \times 7 = 111\ 111$
$12345679 \times 9 = 111\ 111\ 111$	

$65359477124183 \times 17 = 111\ 111\ 111\ 111\ 111\ 1$

$142857143 \times 7 = 100000001$

$5882453 \times 17 = 100000001$

এইসব আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা ব্যবহার করা হয়েছে।

• $101^2 = 10201$

$10101^2 = 102030201$

$1010101^2 = 1020304030201$

$101100101^2 = 1020304050403020$। 'নয়টি 1' পর্যন্ত লেখা যায়।

$101010...101^2 = 10203...0809080...30201$ (নয়টি '1') ইত্যাদি

• $12345679 \times 9 = 111\ 111\ 111$

$112233445566677789 \times 9 = 1010101010101010101$

$111222333444555666777889 \times 9$

$= 1001001001001001001001001$

$111122223333444455556666777778889 \times 9$

$= 1000100010001000100010001000100010001$

$111112222233333444445555566666777778889 \times 9$

$= 100001000010000100001000010000100001000010000100001$

ইত্যাদি।

• দুই অঙ্কের সংখ্যার অঙ্কগুলির যোগফল 10 হলে তাকে 99, 999, 9999 ইত্যাদি দ্বারা গুণ করলে গুণফল প্যালিনড্রোমিক সংখ্যা হয়।

$19 \times 99 \quad 1881$	$19 \times 999 = 18981$
$28 \times 99 = 2772$	$28 \times 999 = 27972$
$37 \times 99 = 3663$	$37 \times 999 = 36963$
$46 \times 99 = 4554$	$46 \times 999 = 45954$
$55 \times 99 = 5445$	$55 \times 999 = 54945$
$64 \times 99 = 6336$	$64 \times 999 = 63936$

• প্যালিনড্রোমিক মৌলিক সংখ্যা 11, 101, 131, 151, 181, 191, 313, 353, 373, 383, 727, 757, 787, 797, 919, 929

প্যালিনড্রোমিক সংখ্যা কিভাবে তৈরি করা যায় সে সম্পর্কে আলোচনা করি। কোনো সংখ্যাকে উল্টে লিখলে যে সংখ্যা পাই তাকে বিপরীত সংখ্যা বলতে পারি। যেকোন সংখ্যার সঙ্গে তার বিপরীত সংখ্যা যোগ করলে যে সংখ্যা পাই, আবার তার সঙ্গে তার বিপরীত সংখ্যা যোগ করলে যে সংখ্যা হয়– এইভাবে ক্রমাগত করে গেলে পরিশেষে প্যালিনড্রোমিক সংখ্যা পাব।

যেমন ধরি, 67, বিপরীত সংখ্যা 76,

67 + 76 = 143, আবার 143 এর সঙ্গে বিপরীত সংখ্যা যোগ করে পাই, 143 + 341 = 484, '484' প্যালিনড্রোমিক সংখ্যা। দুইবার যোগ করে অর্থাৎ দুটি প্রকরণের পাওয়া গেল।

আর একটি উদাহরণ দিচ্ছি। ধরি, 78

78 + 87 = 165 → 165 + 561 = 726 + 627 = 1363 → 1353 + 3531 = 4884; 4টি প্রকরণের পর পাওয়া গেল। দেখা গেছে, দুই অঙ্কের সংখ্যার অঙ্কগুলির সমষ্টি '10' এর কম হলে একবার যোগ করলেই প্যালিনড্রোমিক সংখ্যা পাওয়া যায়।

যেমন : 12 + 21 + 33, 34 + 43 = 77, 53 + 35 = 88;

দুই অঙ্কের সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি '9' এর বেশি হলে এক বা একাধিক প্রকরণে প্যালিনড্রোমিক সংখ্যা পাওয়া যায়। যেমনঃ অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি '13'

49 + 94 = 143 → 143 + 341 = 484

58 + 85 = 143 → 143 + 341 = 484

অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি '15' :

69 + 96 = 165 → 165 + 561 = 726 → 726 + 627 = 1353 → 1353 + 3531 = 4884

অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 17 হলে সংখ্যা দুটি হচ্ছে 89, 98। এদের থেকে প্যালিনড্রোমিক সংখ্যা সহজে বের করা যায় না। 24টি প্রকরণের পর 13 অঙ্কের '8813200023188' সংখ্যার নিদর্শন মেলে।

কয়েকটি তিন অঙ্কের সংখ্যার উদাহরণ দিচ্ছি।

351 + 153 + = 504 → 504 + 405 = 909;

457 + 754 = 1211 → 1211 + 1121 = 2332

854 + 458 = 1312 → 1312 + 2131 = 3443

967 + 769 = 1736 → 1736 + 6371 = 8107 → 8107 + 7018 = 15125 → 15125 + 52151 = 67276

বিপরীত সংখ্যা নির্ণয়ের খেলা

কোনো সংখ্যাকে বিপরীত দিক থেকে পড়লে যে সংখ্যা পাই তা হল ঐ সংখ্যার বিপরীত সংখ্যা (reversed number)। বিপরীত সংখ্যাকে ডিগবাজি সংখ্যা বলতে পারি। ডিগবাজি (somersault) খায় বলে ডিগবাজি সংখ্যা বলা যায়।

যেমন: $25 \rightarrow 52$, $563 \rightarrow 365$, আবার কেউ কেউ উল্টা সংখ্যা বলেন। উল্টাভাবে পড়লে- উল্টা সংখ্যাই হয়ে থাকে।

- বিপরীত মৌলিক: $11 \rightarrow 11$, $13 \rightarrow 31$, $17 \rightarrow 71$, $37 \rightarrow 73$, $79 \rightarrow 97$, $101 \rightarrow 101$, $107 \rightarrow 701$, $113 \rightarrow 131$, $157 \rightarrow 751$, $167 \rightarrow 761$, $179 \rightarrow 971$, $181 \rightarrow 181$, $191 \rightarrow 191$, $337 \rightarrow 733$, $347 \rightarrow 743$, 353, $359 \rightarrow 953$, 373, 383, $389 \rightarrow 983$, $709 \rightarrow 907$, 727, $739 \rightarrow 937$, 757, $769 \rightarrow 967$, 787, 797, 919, 929,
- $123456789 \times 8 + 9 = 987654321$
- কয়েকটি সংখ্যা আছে তাদের বর্গ করলে যে সংখ্যা পাই- সেই সংখ্যার অঙ্কগুলির যোগফল বিপরীত সংখ্যা হয়।

$81^2 = 6561$	$6 + 5 + 6 + 1 = 18$
$91^2 = 8281$	$8 + 2 + 8 + 1 = 19$

- কতিপয় সংখ্যার ঘনফলের অঙ্কগুলিকে যোগ করলে বিপরীত সংখ্যা হয়।

$53^3 = 148877$	$1 + 4 + 8 + 8 + 7 + 7 = 35$
$72^3 = 373248$	$3 + 7 + 3 + 2 + 4 + 8 = 27$
$82^3 = 551368$	$5 + 5 + 1 + 3 + 6 + 8 = 28$
$62^3 = 238328$	$2 + 3 + 8 + 3 + 2 + 8 = 26$
$81^3 = 531441$	$5 + 3 + 1 + 4 + 4 + 1 = 18$

- দুটি সংখ্যার যোগফল যা হয়, গুণফল হয় তার বিপরীত।

$9 + 9 = 18$	$9 \times 9 = 81$
$24 + 3 = 27$	$24 \times 3 = 72$
$47 + 2 = 49$	$47 \times 2 = 94$
$497 + 2 = 499$	$497 \times 2 = 994$

- সংখ্যা উল্টালে, তার বর্গফলও উল্টায়

$12^2 = 144$	$21^2 = 441$
$13^2 = 169$	$31^2 = 961$
$112^2 = 12544$	$211^2 = 44521$
$113^2 = 12769$	$311^2 = 96721$
$122^2 = 14884$	$221^2 = 48841$

$1112^2 = 1236544$ $2111^2 = 4456321$

• $102^2 = 10404$ $201^2 = 40401$

$1002^2 = 1004004$ $2001^2 = 4004001$

$10002^2 = 100040004$ $20001^2 = 400040001$ ইত্যাদি

• $103^2 = 10609$ $301^2 = 90601$

$1003^2 = 1006009$ $3001^2 = 9006001$

$10003^2 = 100060009$ $30001^2 = 9006001$

• গুণ্য ও গুণ্যক উল্টালে, গুণফলও উল্টায়

$312 \times 221 = 68952$ $213 \times 122 = 25986$

$2618 \times 11 = 28798$ $8162 \times 11 = 89782$

$263542 \times 11 = 2898962$ $245362 \times 11 = 2698982$

• 9 দ্বারা গুণনে সংখ্যাগুলি বিপরীত সংখ্যায় পরিবর্তিত হয় (সংখ্যাটি উল্টে যায়)

$1089 \times 9 = 9801$ $10999989 \times 9 = 98999901$

$10989 \times 9 = 98901$ $109999989 \times 9 = 989999901$

$109989 \times 9 = 989901$ $1099999989 \times 9 = 9899999901$

$109989 \times 9 = 9899901$ $10999999989 \times = 98999999901$
ইত্যাদি

• 13 ও 31 এর মধ্যে মজার সম্পর্ক খুঁজে পাওয়া যায়।

$13^2 = 169 \rightarrow 961 = 31^2$

$169 = 3^2 + 4^2 + 12^2$

$961 = 6^2 + 14^2 + 27^2 = 6^2 + 21^2 + 22^2 = 14^2 + 18^2 + 21^2$

$169 = 1^2 + 2^2 + 8^2 + 10^2 = 2^2 + 4^2 + 7^2 + 10^2$

$961 = 2^2 + 5^2\ 16^2 + 26^2 = 2^2 + 14^2 + 19^2 + 20^2$

$= 4^2 + 8^2 + 16^2 + 25^2 = 4^2 + 10^2 + 13^2 + 26^2$

$= 4^2 + 10^2 + 19^2 + 22^2 = 4^2 + 16^2 + 17^2 + 26^2$

$= 5^2 + 8^2 + 14^2 + 26^2 = 5^2 + 14^2 + 16^2 + 22^2$

$= 8^2 + 10^2 + 11^2 + 26^2 = 10^2 + 11^2 + 16^2 + 22^2$

$= 3^2 + 4^2 + 6^2 + 30^2 = 3^2 + 12^2 + 18^2 + 22^2$

$= 4^2 + 12^2 + 15^2 + 24^2 = 5^2 + 6^2 + 18^2 + 24^2$

ডেমলো সংখ্যা নির্ণয়ের খেলা

এই সংখ্যার একটি বৈশিষ্ট্য আছে। এই সংখ্যাকে তিনটি অংশে ভাগ করা যায়। প্রথমের অংশ ও শেষ ভাগের অংশ যোগ করলে মধ্যবর্তী অংশের কোনো অঙ্কের সমান হয়। যেমন:

495, (4 + 5 = 9), 3663, (3 + 3 = 6), 513777264, (513 + 264 = 777), 21333312, (21 + 12 = 33), 123999999876, (123 + 876 = 999), 499995, (4 + 5 = 9)

1923 খ্রিস্টাব্দে দত্তযাত্রা রামচন্দ্র কাপরেকার ডেমলো সংখ্যা আবিষ্কার করেন। তিনি 'Wonders of Wonderful Demlo Number' এই বইটি লেখেন।

ডেমলো সংখ্যা কি ভাবে সৃষ্টি হয় তা আলোচনা করছি।

- $99 \times 2 = 198$
$999 \times 3 = 2997$
$9999 \times 4 = 39996$
$9999 \times 5 = 499995$
$999999 \times 6 = 5999994$ ইত্যাদি
- $99 \times 2 = 198$
$99 \times 3 = 297$
$99 \times 4 = 396$
$99 \times 5 = 495$
$99 \times 6 = 594$ ইত্যাদি
- $999 \times 2 = 1998$
$999 \times 3 = 2997$
$999 \times 4 = 3996$
$999 \times 5 = 4995$
$999 \times 6 = 5994$ ইত্যাদি
- $9999 \times 2 = 19998$
$9999 \times 3 = 29997$
$9999 \times 4 = 39998$
$9999 \times 5 = 49995$
$9999 \times 6 = 59994$ ইত্যাদি

বিভাজ্যতা নির্ণয়ের খেলা

কোনো সংখ্যা কত দ্বারা বিভাজ্য তা অঙ্ক করার সময়ে প্রয়োজন হয়ে পড়ে। এই তথ্য জানা প্রয়োজন। এই বিষয় নিয়ে খেলা করা যায়।

কোন সংখ্যা কত দিয়ে বিভাজ্য তা ভাগ ছাড়া নির্ণয় করা যায়। আমরা ভাগ না করে সহজেই 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 দ্বারা কোনো পূর্ণসংখ্যার বিভাজ্যতা নির্ণয় করতে পারি। যেমন:

2 দ্বারা বিভাজ্য যে সংখ্যার শেষ অঙ্ক (একক) শূন্য বা যুগ্ম সংখ্যা (2, 4, 6, 8) হলে 2 দ্বারা বিভাজ্য হয়।

ছয় অঙ্কের সংখ্যামালা নিয়ে আলোচনা করছি।

$10^5a + 10^4b + 10^3c + 10^2d + 10e + f$ হচ্ছে ছয় অঙ্কের সংখ্যামালা

$$\frac{10^5a + 10^4b + 10^3c + 10^2d + 10e + f}{2}$$

$$= 50000a + 5000b + 500c + 50d + 5e + \frac{f}{2}$$

• 3 দ্বারা বিভাজ্যতা সংখ্যামালাটির অঙ্কগুলির সমষ্টি 3 দ্বার বিভাজ্য হলে সংখ্যামালাটি 3 দ্বারা বিভাজ্য হয়।

$$\frac{10^5a + 10^4b + 10^3c + 10^2d + 10e + f}{3}$$

$$= 33333a + 3333b + 333c + 33d + 3e + \frac{a + b + c + d + e + f}{3}$$

• 4 দ্বারা বিভাজ্যতা সংখ্যামালাটির শেষ দুই অঙ্কের সংখ্যা (দশক, একক) 4 দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যামালাটি 4 দ্বার বিভাজ্য হয়।

$$\frac{10^5a + 10^4b + 10^3c + 10^2b + 10e + f}{4}$$

$$= 25000a + 2500b + 250c + 25d + \frac{10e + f}{4}$$

• 5 দ্বারা বিভাজ্যতা সংখ্যামালাটি শেষ অঙ্ক শূন্য বা 5 হলে সংখ্যামালাটি 5 দ্বারা বিভাজ্য হয়।

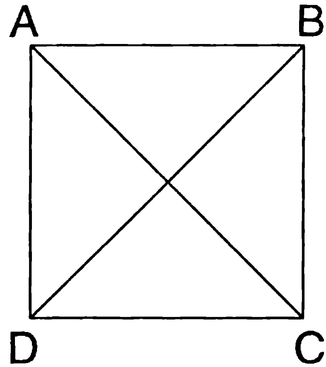
$$\frac{10^5a + 10^4b + 10^3c + 10^2d + 10e + f}{5}$$

$$= 20000a + 200b + 200c + 20d + 2e + \frac{f}{5}$$

বর্গক্ষেত্রে ত্রিভুজের হিসাব নির্ণয়ের খেলা

বর্গক্ষেত্রের কর্ণ দুটি যোগ করে ত্রিভুজের সংখ্যা নির্ণয় করা যায়। একটি বর্গক্ষেত্রের দুটি কর্ণ যোগ করলে একক ত্রিভুজ পাই 4টি। পাশাপাশি দুটি ত্রিভুজ যুক্ত হলে পাই সংযুক্ত ত্রিভুজ 4টি। ধরি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। AC ও BD কর্ণ দুটি 'O' বিন্দুতে ছেদ করেছে।

একক ত্রিভুজ : ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD, ΔDOA 4টি



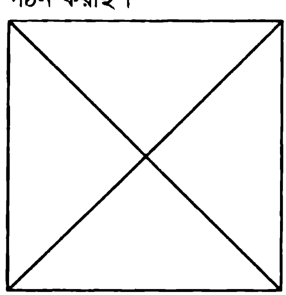
পাশাপাশি 2টি ত্রিভুজ সংযুক্ত হলে পাচ্ছি 4টি ত্রিভুজ। $\Delta AOB + \Delta BOC = \Delta ABC + \Delta COD = \Delta BCD$, $\Delta COD + \Delta DOA = \Delta CDA$, $\Delta DOA + \Delta AOB = \Delta DAB$

তাই দুটি ত্রিভুজ সংযুক্তঃ ΔABC, ΔBCD, ΔCDA, ΔDAB : 4টি।

মোট ত্রিভুজ $(4 + 4) = 8$টি

বর্গক্ষেত্রকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমসংখ্যক বিভাজন করে ত্রিভুজের হিসাব আনা যায়।

এবার ধারাবাহিকভাবে আলোচনা করে ত্রিভুজের হিসাব আনছি। হিসাবগুলিতে সামঞ্জস্য স্থাপন করে সংযুক্ত ত্রিভুজের সূত্র গঠন করছি এবং পরিশেষে সর্বমোট ত্রিভুজের হিসাব নির্ণয়ের সূত্রও গঠন করছি।

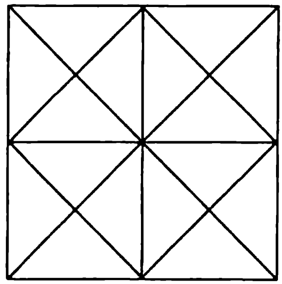


1. বিভাজন একটি $n = 1$

একক ত্রিভুজ 4টি

2টি ত্রিভুজ সংযুক্ত 4টি

মোট ত্রিভুজ (4 + 4)টি = 8টি ।



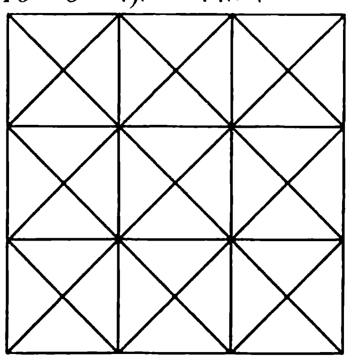
2. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর 2টি বিভাজন, $n = 2$

একক ত্রিভুজ 16টি

2টি ত্রিভুজ সংযুক্ত 16টি

8টি ত্রিভুজ সংযুক্ত 4টি

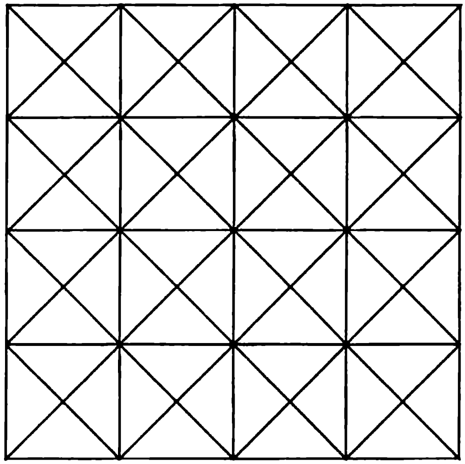
মোট ত্রিভুজ (16 + 16 + 8 + 4)টি = 44টি ।



3. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর 3টি বিভাজন, $n = 3$

একক ত্রিভুজ	: 36টি
2টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: 36টি
4টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: 24টি
8টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	16টি
9টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: 8টি
18টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: 4টি

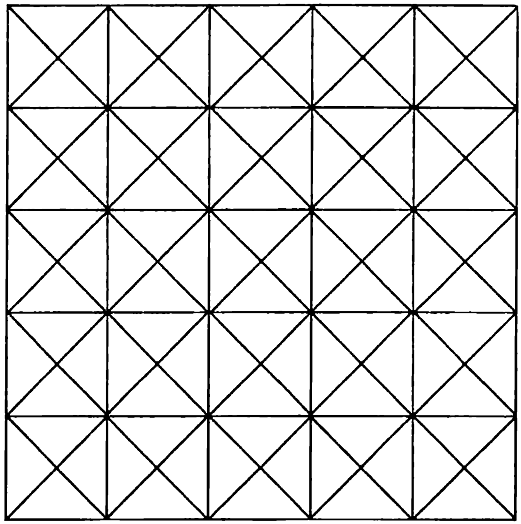
মোট ত্রিভুজ (36 + 36 + 24 + 16 + 8 + 4)টি = 124টি



4. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর 4টি বিভাজন, $n = 4$

একক ত্রিভুজ	64টি
2টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	64টি
4টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	48টি
8টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	36টি
9টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: 24টি
16টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	12টি
18টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	16টি
32টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	4টি

মোট ত্রিভুজ (64 + 64 + 48 + 36 + 24 + 12 + 16 + 4)টি
= 268টি ।



5. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর 5টি বিভাজন, $n = 5$

একক ত্রিভুজ	100টি
2টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	100টি
4টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	80টি
8টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: 64টি
9টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: 48টি
16টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	32টি
18টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	36টি
25টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	12টি
32টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	16টি
50টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: 4টি

মোট ত্রিভুজ : $(100 + 100 + 80 + 64 + 48 + 32 + 36 + 12 + 16 + 4)$ টি

$= 492$টি।

সংযুক্ত ত্রিভুজ নির্ণয়ের সূত্র

দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর n সংখ্যক বিভাজনের জন্য সংযুক্ত ত্রিভুজের হিসাব ।

একক ত্রিভুজ	: $4n^2$	64 টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-3)(n-7)$
2টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: $4n^2$	72 টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-5)^2$
4টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: $4n(n-1)$	81টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-4)(n-8)$
8টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: $4(n-1)^2$	98টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-6)^2$
9টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: $4(n-1)(n-2)$	100টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-4)(n-9)$
16টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-1)(n-3)$	121টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-5)(n-10)$
18টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n\quad 2)^2$	128টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-7)^2$
25টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: $4(n-2(n-4)$	144টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-5)(n-11)$
32টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: $4(n-3)^2$	162টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-8)^2$
36টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-2)(n-5)$	169টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: $4(n-6)(n-12)$
49টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	$4(n-3)(n-6)$	196টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: $4(n-6)(n-13)$
50টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	: $4(n-4)^2$	200টি ত্রিভুজ সংযুক্ত	:$4(n-9)^2$

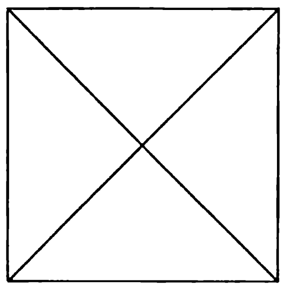
m^2 টি ত্রিভুজ সংযুক্ত : $4\left\{n-\frac{(m-1)}{2}\right\}\{n-(m-1)\}$ m-অযুগ্ম $m = 1, 3,$ 5,...

$$4\left\{n-\frac{(m-1)}{2}\right\}\{n-(m-1)\} \text{ m যুগ্ম, } m =$$ 2,4,6,...

$2m^2$ টি ত্রিভুজ সংযুক্ত $4\{n-(m-1)\}^2$ $m = 1,2,3,4,\ldots n$

কর্ণের সংযুক্তিতে বর্গক্ষেত্রের হিসাব নির্ণয়ের খেলা

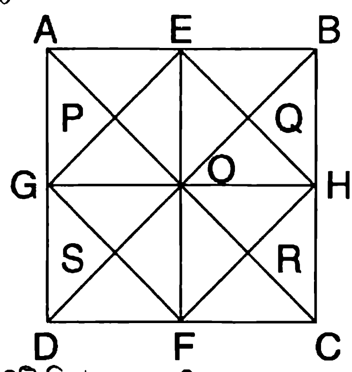
বর্গক্ষেত্রকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর কতিপয় বিভাজনের পর কর্ণগুলি অঙ্কন করার ফলে যে বর্গক্ষেত্রগুলি সৃষ্ট হয় তার হিসাবও বের করা যায়। বর্গক্ষেত্রকে দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর বিভাজনের ফলে যে ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র ও সংযুক্ত বর্গক্ষেত্রগুলি সৃষ্ট হয় তার হিসাব আনছি না। সেই হিসাব পূর্বে অন্য একটি লেখায় 'গণনা করার খেলা–বর্গক্ষেত্র গণনা' আলোচনা করেছি। যে বর্গক্ষেত্রগুলি কেবল কর্ণের সংযুক্তি করার ফলে সৃষ্ট হচ্ছে সেইগুলির হিসাব রাখছি।



1. বর্গক্ষেত্রের এক বিভাজন n = 1

মূল বর্গক্ষেত্র এখানে হিসাবে আসবে না। কর্ণগুলির সংযুক্তির ফলে কোনো বর্গক্ষেত্র সৃষ্টি হয় না।

তাই একক বর্গক্ষেত্র 0



2. দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর 2টি বিভাজন n = 2

একক বর্গক্ষেত্র : 4টি

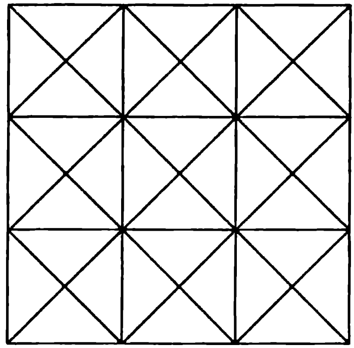
POQE, QORH, ROSF, SOPG

এই বর্গক্ষেত্রগুলিকে একক বর্গক্ষেত্রে ধরছি।

4টি একক বর্গক্ষেত্র যুক্ত : 1টি

EHFG

মোট বর্গক্ষেত্র (4 + 1) টি = 5 টি।

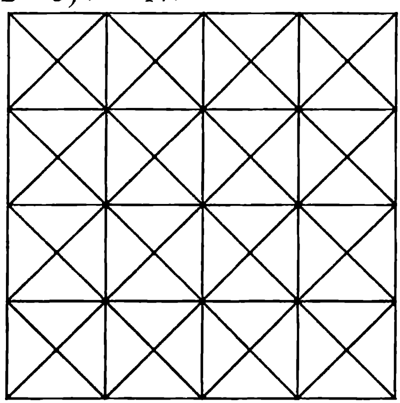


3. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর 3টি বিভাজন n = 3

একক বর্গক্ষেত্র : (2 + 4 + 4 + 2) টি = 12টি

4টি বর্গক্ষেত্র সংযুক্ত : (1 + 3 + 1) টি = 5টি

মোট বর্গক্ষেত্র : (12 + 5) টি = 17টি



4. দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বরাবর 4টি বিভাজন b = 4

একক বর্গক্ষেত্র : (2 + 4 + 6 + 6 + 4 + 2) টি = 24টি

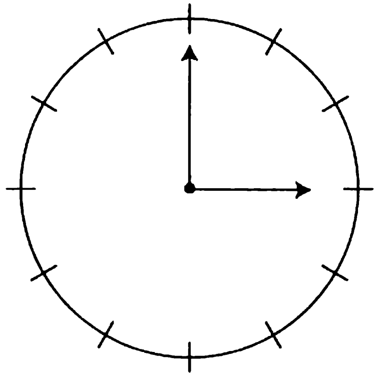
4টি বর্গক্ষেত্র সংযুক্ত : (1 + 3 + 5 + 3 + 1) টি = 13টি

16টি বর্গক্ষেত্র সংযুক্ত : 1টি।

মোট বর্গক্ষেত্র : (24 + 13 + 4 + 1) টি = 42টি

ঘড়ির সময় নিয়ে খেলা

ঘড়ি হল সময় গণনার যন্ত্র। ঘড়ি তোমরা সবাই দেখেছ। ঘড়ির ডায়ালকে মূলত 12 ভাগে ভাগে করা যায়। এই ভাগকে ঘণ্টা হিসাবে ধরা হয়। আবার প্রতিটি ভাগকে ছোট ছোট 5টি ভাগে ভাগ করা হয়। এর ফলে ডায়ালটি 60 টি ছোট ছোট ভাগে বিভক্ত হয়। এই ছোট ছোট ভাগকে বলে মিনিট ঘর। তিন ধরনের ঘড়ির প্রচলন আছে। দেওয়ালঘড়ি, টেবিলঘড়ি ও হাতঘড়ি। ঘড়িতে তিনটি কাঁটা থাকে– ঘণ্টার কাঁটা, মিনিটের কাঁটা ও সেকেণ্ডের কাঁটা। যতক্ষণে সেকেণ্ডের কাঁটা 60 টি ছোট ঘর অতিক্রম করে ততক্ষণে মিনিটের কাঁটা 1টি ছোট ঘর অতিক্রম করে। আবার যতক্ষণে মিনিটের কাঁটা 60 টি ছোট ঘর অতিক্রম করে ততক্ষণে ঘণ্টার কাঁটা 5টি ছোট ঘর অর্থাৎ একটি বড় ঘর অতিক্রম করে। ঘড়ি সংক্রান্ত কয়েকটি তথ্য দিচ্ছি।



1. প্রতি ঘণ্টায় ঘণ্টার কাঁটা 5টি মিনিট ঘর যায় ততক্ষণে মিনিটের কাঁটা 60 মিনিট ঘর যায়। তাই মিনিটের কাঁটা এক ঘণ্টায় ঘণ্টার কাঁটার তুলনায় 55 মিনিট ঘর বেশি যায়।

2. নির্দিষ্ট সময়ে ঘণ্টার কাঁটা মিনিটের কাঁটার $\frac{1}{12}$ অংশ যায়। তাই x মিনিটে মিনিটের কাঁটা x মিনিট ঘর যায়, ঘণ্টার কাঁটা $\frac{x}{12}$ মিনিট ঘর যায়। x মিনিটে দুটি কাঁটার মধ্যে ব্যবধান হয় $\left(x - \frac{x}{12}\right)$ মিনিট ঘর।

3. বিন্দুর চতুর্দিকের কোণকে $360°$ ধরা হয়। ডায়ালের একটি ছোট ঘর $\frac{360°}{60}$ $= 6°$ হয়। তাই প্রতি মিনিটে মিনিটের কাঁটা $6°$ ঘোরে, কিন্তু ঘণ্টার কাঁটা $\frac{6°}{12} = \frac{1°}{2}$ ঘোরে।

দুটি কাঁটার (ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটা) ঘূর্ণন সম্পর্কে কয়েকটি তথ্য পরিবেশন করছি।

1. দুটি কাঁটা পরস্পর মিলিত হয় যখন দুটি কাঁটার মধ্যে কোনো ব্যবধান থাকে না।

2. দুটি কাঁটা বিপরীত দিকে একই সরলরেখায় অবস্থান করলে তাদের মধ্যে 30 মিনিট ঘর ব্যবধান থাকে।

3. দুটি কাঁটা পরস্পর সমকোণে নত হলে তাদের মধ্যে 15 মিনিট ঘর ব্যবধান থাকে।

4. দুটি কাঁটা একই সরলরেখায় থাকলে দুটি ঘটনা ঘটে

(i) দুটি কাঁটা পরস্পর মিলিত হলে হয়।

(ii) দুটি কাঁটা পরস্পরে বিপরীত দিকে হলে হয়।

5. প্রতি ঘণ্টায় দুটি কাঁটা দু'বার সমকোণে অবস্থান করে। একবার 15 মিনিট ব্যবধানে, আর একবার 45 মিনিট ব্যবধানে হয়।

6. প্রতি ঘণ্টায় দুটি কাঁটা একবার বিপরীত দিকে একই সরলরেখায় থাকে। 30 মিনিট ব্যবধানে হলে হয়।

উদাহরণ 1 5টা থেকে 6টার মধ্যে কোন সময়ে দুটি কাঁটা মিলিত হবে?

5টার সময় মিনিটের কাঁটা 12টার ঘরে, ঘণ্টার কাঁটা 5 এর ঘরে থাকে। তখন ঐ সময়ে মিনিটের কাঁটা ঘণ্টার কাঁটার 25 মিনিট ঘর পিছনে থাকে। দুটি কাঁটা মিলিত হতে হলে এই 25 মিনিট ঘর ব্যবধান কমাতে হবে অর্থাৎ মিনিটের কাঁটাকে 25 মিনিট ঘর বেশি যেতে হবে।

মিনিটের কাঁটা 55 মিনিট ঘর বেশি যায় 60 মিনিটে

মিনিটের কাঁটা 25 মিনিট ঘর বেশি যায় $\frac{60}{55} \times 25$ মিনিটে $= \frac{300}{11} = 27\frac{3}{11}$ মিনিটে

5টা বেজে $27\frac{3}{11}$ মিনিটে মিলিত হবে।

অন্যভাবেও করা যায়।

ধরি, 5টা বেজে x মিনিটে দুটি কাঁটা মিলিত হবে। 5টার সময় দুটি কাঁটার মধ্যে 25 মিনিট ঘর ব্যবধানে থাকে। এই 25 মিনিট ঘর মিনিটের কাঁটাকে অতিরিক্ত যেতে হবে। x মিনিটের কাঁটা x ঘর এবং ঘণ্টার কাঁটা $\frac{x}{12}$ ঘর যায়।

$$x - \frac{x}{12} = 25, \text{ বা, } \frac{11x}{12} = 25, \text{ বা, } x = 27\frac{3}{11}$$

5টা বেজে $27\frac{3}{11}$ মিনিটে দুটি কাঁটা মিলিত হবে।

উদারহণ 2. 7টা থেকে 8টার মধ্যে ঘড়ির কাঁটা দুটি কখন সমকোণে মিলিত হবে?

7টার সময় মিনিটের কাঁটা ঘণ্টার থেকে 35 মিনিট ঘর পিছনে তাকে। সমকোণ দুটি কাঁটা থাকতে হলে কাঁটা দুটির ব্যবধান হয় 15 মিনিট ঘর। 35 + 15 + 50 = 50, 35 15 = 20 দু'ভাবে সমকোণে থাকবে। 50 মিনিট ঘর এবং 20 মিনিট ঘর ব্যবধান হলে দুটি কাঁটা সমকোণে থাকবে।

55 মিনিট ব্যবধানে হয় 60 মিনিটে

50 মিনিট ব্যবধানে হয় $\frac{60}{55} \times 50$ মিনিটে $= 55\frac{5}{11}$ মিনিটে।

20 মিনিট ব্যবধান হয় $\frac{60}{55} \times 20$ মিনিটে $= 21\frac{9}{11}$ মিনিটে।

7টা বেজে $21\frac{9}{11}$ মিনিটে এবং 7টা বেজে $55\frac{5}{11}$ মিনিটে দুটি কাঁটা সমকোণে থাকবে।

অন্যভাবে করা যায়

ধরি, ৭টা বেজে x মিনিটে দুটি কাঁটা সমকোণে থাকে।

$$x - \frac{x}{12} = (35 + 15), \text{ বা, } \frac{12x}{12} = 50, \text{ বা, } x = 55\frac{5}{11}$$

$$\text{এবং } x - \frac{x}{12} = (35 - 15), \text{ বা, } \frac{11x}{12} = 20, \text{ বা, } x = 21\frac{9}{11}$$

7টা বেজে $21\frac{9}{11}$ মিনিটে এবং 7টা বেজে $55\frac{5}{11}$ মিনিটে দুটি কাঁটা সমকোণে থাকবে।

আয়নার ঘড়ির প্রতিবিম্ব নিয়ে খেলা

আয়নার প্রতিবিম্বের গঠন সম্পর্কে প্রথমে আলোচনা করি। আয়নার সামনে তার দিকে মুখ করে দাঁড়িয়ে দেখেছ তোমার প্রতিবিম্ব তোমার দিকে তাকিয়ে আছে। তুমি ডান হাত তুললে তোমার প্রতিবিম্ব বাম হাত তুলছে। বাম চোখ বন্ধ করলে প্রতিবিম্ব ডান চোখ বন্ধ করছে। এই ধরনের পরিবর্তন হচ্ছে পার্শ্বীয় পরিবর্তন। ডান পাশ ও বাম পাশের মধ্যে পরিবর্তন। কিন্তু উপর-নিচ পরিবর্তন অর্থাৎ মাথা নিচের দিকে, পা উপরের দিকে– এই রকম পরিবর্তন আয়নার হয় না। হয় সূচীছিদ্র ক্যামেরায়। ক্যামেরার অভ্যন্তরের পর্দায় প্রতিকৃতি উল্টে যায়। আবার পার্শ্বীয় পরিবর্তন সম্পর্কে আঁলোচনা আসি। 6টি ইংরেজি বড় হাতের বর্ণকে (Capital Letters) আয়নার সামনে রাখো। এর মধ্যে দেখতে পাবে 11বর্ণের পার্শ্বীয় পরিবর্তন হয়নি বলে মনে হয়। A, H, I, M, O, T, U, V, W, X, Y। যেমন A এর পরিবর্তন A হয়েছে। কোথায় পরিবর্তন? আসলে পরিবর্তন হয়েছে বোঝা যায় না। পার্শ্বীয় পরিবর্তন ঘটবেই A এক দিকে একটু মোটা করলে পরিবর্তন বোঝা যাবে। কিংবা এক দিকে এক রং অন্য দিকে আর এক রং করলে পরিবর্তন বোঝা যাবে।

আয়নার সামনে কোনো লেখা রাখো। বাম দিক থেকে লেখাটি ডান দিক থেকে বাম দিকে হয়ে যাবে। কেবল প্রতিবর্ণের পার্শ্বীয় পরিবর্তন নয়, শব্দ ও বাক্যের পরিবর্তন ঘটবেই।

ক → ক

গণিত → 

স্বচ্ছ কাগজে বা তৈলাক্ত কাগজে কিংবা সিলোফেন কাগজে জেল কালিতে কিছু লিখে কাগজটি উল্টো দিকে দেখো– যেমনটি আয়নায় হয়ে থাকে, তাই দেখতে পাবে। কিংবা রং দিয়ে কাগজে কিছু লিখে অন্য কাগজে লেখার ছাপ নিয়ে নাও। একই পরিবর্তন পড়বে যেমনটি আয়নায় হয়।

আয়নায় ঘড়ির প্রতিবিম্ব সংক্রান্ত খেলায় আসি। ঘড়িকে আয়নার সামনে তার দিকে মুখ করে রাখলে ঘড়ির প্রতিবিম্ব অবশ্যই মূল সময়ের থেকে আলাদা মনে হবে। পার্শ্বীয় পরিবর্তনের জন্য এটা ঘটে।

ধরি, ঘড়িতে 9টি 15 মিনিট হয়েছে। আয়নায় প্রতিবিম্বে সময় কত মনে হবে? খুব সহজ সরল উত্তর 2টা 45 মিনিট মনে হবে। কিভাবে বললাম? জানতে ইচ্ছা করছে তো? 12টা থেকে বিয়োগ দিলে উত্তর পাবে। খুব তাড়াতাড়ি উত্তর পাওয়ার

জন্য বিশেষত মুখে মুখে উত্তর দিতে হলে 11টা 60 মিনিট থেকে বিয়োগ দেবে। আশা করি, উত্তর মুহূর্তে দিতে পারবে।

$$\begin{array}{r} \text{11 টা 60 মিনিট} \\ \underline{-\ \text{9 টা 15 মিনিট}} \\ \text{2 টা 45 মিনিট} \end{array}$$

এইভাবে দুপুর 12 টা ও সন্ধ্যা 6 টা ছাড়া বাকি মূল সময়ের প্রতিবিম্বের সময় বলা যাবে। আরও কয়েকটি উদাহরণ দিচ্ছি।

উদাহরণ 1. মূল সময় 5 টা 55 মিনিট

$$\begin{array}{r} \text{11 টা 60 মিনিট} \\ \underline{-\ \text{5 টা 55 মিনিট}} \\ \text{6 টা 5 মিনিট} \end{array}$$

প্রতিবিম্বের সময় 6 টা 5 মিনিট।

উদাহরণ 2. মূল সময় 12 টা 8মিনিট

এখানে মূল সময় 0 টা 8 মিনিট ধরতে হবে।

$$\begin{array}{r} \text{11 টা 60 মিনিট} \\ \underline{-\ \text{0 টা 8 মিনিট}} \\ \text{11 টা 52 মিনিট} \end{array}$$

প্রতিবিম্বের সময় 11 টা 52 মিনিট।

উদাহরণ 3. মূল সময় : 11টা 29 মিনিট

$$\begin{array}{r} \text{11 টা 60 মিনিট} \\ \underline{-\ \text{11 টা 29 মিনিট}} \\ \text{0 টা 31 মিনিট} \end{array}$$

'0' এর সঙ্গে 12 যোগ করে প্রতিবিম্বের সময় পাই 12 টা 31 মিনিট।

উদাহরণ 4. মূল সময়: 12 টা

$$\begin{array}{r} \text{12 টা} \\ \underline{-\ \text{12 টা}} \\ \text{0 টা} \end{array}$$

'0' এর সঙ্গে 12 যোগ করে প্রতিবিম্বের সময় পাই 12টা

উদাহরণ 5. মূল সময় 6 টা

$$\begin{array}{r} 12 \text{ টা} \\ -\ 6 \text{ টা} \\ \hline 6 \text{ টা} \end{array}$$

প্রতিবিম্বের সময় 6 টা

যেসব ঘড়িতে সময় সংখ্যায় চিহ্নিত থাকে না– সেই সব ঘড়ির সময়ের প্রতিবিম্ব নিয়েই এই খেলা। সংখ্যা চিহ্নিত থাকলে প্রতিবিম্বের সময় আলাদা হলেও সংখ্যা থাকায় মনে হয় যেন সময় ঠিক আছে। সাধারণত সময় চিহ্নিত থাকে না। হাতঘড়ি নিয়ে স্বচ্ছন্দে খেলা করা যায়। টেবিল ঘড়ি কিংবা দেওয়াল ঘড়ি নিয়ে প্রতিবিম্বের খেলা করতে চিহ্নিত সংখ্যাকে কাগজ চাপা দিয়ে খেলতে হবে।

ঘড়ির সময় নিয়ে খেলায় তিনটি বিষয় আলোচনা করলাম। এই বিষয়গুলি নিয়ে তুমি বন্ধু-বান্ধবের সঙ্গে খেলা করতে পারো। বিভিন্ন পরীক্ষায়, প্রতিযোগিতায় বিষয়গুলি আসে। তোমার কাছে ঘড়ির সময় সংক্রান্ত বিষয়গুলি আর কঠিন মনে হবে না। তুমি পারবেই।

সম্পর্ক নির্ণয় করার খেলা

সামাজিক সম্পর্ক

আমরা সমাজবদ্ধ প্রাণী। সমাজের বিভিন্ন ব্যক্তির সঙ্গে আমাদের সম্পর্ক থাকে বা নানা দিক থেকে নানা সময়ে সম্পর্ক গড়ে ওঠে। এমন কিছু সম্পর্ক এক-একজনের সঙ্গে থাকে তা আমাদের জানা থাকে না। আমাদের মা, বাবা, ঠাকুমা, গুরুজনরা বললেই তখন জানতে পারি, অমুক ব্যক্তির সঙ্গে বা অমুক মহিলার সঙ্গে আমার সম্পর্কটা কী হতে পারে। কিছু কিছু ক্ষেত্রে সম্পর্ক চক্রবৎ হয়ে থাকে। সরল বা সোজা সম্পর্ক হলে বুঝতে সুবিধা হয়। সম্পর্ক ঘোরালো হলে তা বের করা খুবই কঠিন হয়। সম্পর্ক যত ঘোরালো হোক না কেন এখানে তা বের করার ছক তুলে ধরছি।

বের করার পদ্ধতি :

সম্পর্কগুলি কয়টি বংশে হচ্ছে তা প্রথমে দেখতে হবে। এক একটি বংশ উল্লেখ করছি।

1. ভাই, বোন, স্ত্রী, স্বামী, ভাবি, দেবর ইত্যাদি।

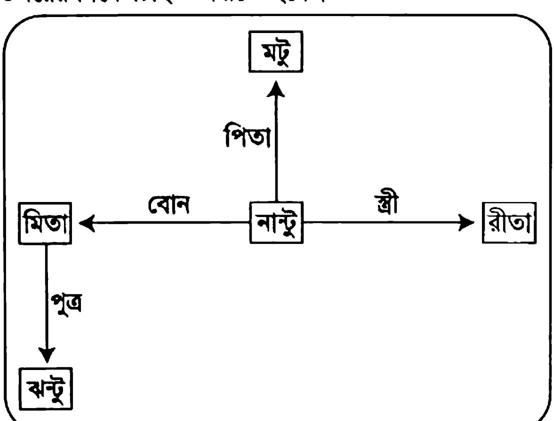
2. বাবা, মা চাচা, চাচি, ফুফু, ফুফা, খালা, খালু, মামি, মামা, শ্বশুর, শাশুড়ি ইত্যাদি।

3. পুত্র, কন্যা, ভ্রাতুস্পুত্র পুত্রবধূ, ভাগনী ইত্যাদি।

4. দাদা, দাদি, নানা, নানি ইত্যাদি।

5. নাতি, নাতনি ইত্যাদি।

প্রতিটি বংশগতির স্তরে সম্পর্কগুলি অনুভূমিক হবে। দুটি ভিন্ন বংশস্তর হলে উপর-নিচ হবে। একটি বংশস্তর অপরটি থেকে উপরে হলে অর্থাৎ পিতা-পুত্র হলে, পিতাকে পুত্রের উপরের দিকে চিহ্নিত করতে হবে।

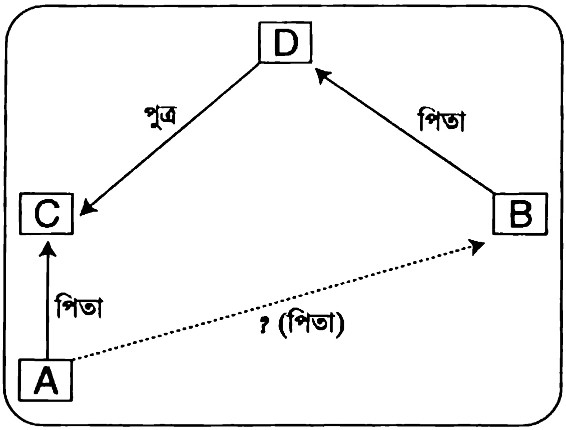


যেমন ধরি, রামের পিতা শ্যাম, রামের বোন গীতা, রামের স্ত্রী সীতা, গীতার পুত্র হচ্ছে যদু।

কয়েকটি উদাহরণ দিয়ে সম্পর্কগুলি আলোচনা করছি।

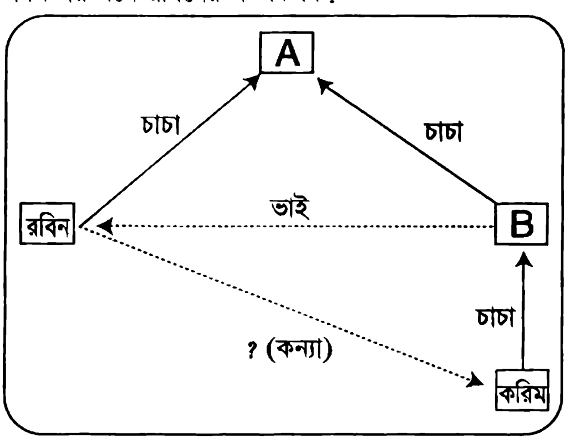
উদাহরণ 1. A, B, এর পিতা, কিন্তু B, A এর কন্যা নয়। তবে B এর সঙ্গে A এর সম্পর্ক কি? পরিষ্কার বোঝা যাচ্ছে, B হচ্ছে A এর পুত্র।

উদারহণ 2. A এর পিতা হচ্ছে B এর পিতার পুত্র। B এর কোনও ভাই নেই। A ও B এর মধ্যে সম্পর্ক কি?



এখানে B = C A এর পিতা B

উদাহরণ 3. রবিন মিতাকে লক্ষ্য করে বলল, 'আমার চাচা হচ্ছেন তার চাচার চাচা'। মিতার সঙ্গে রবিনের সম্পর্ক কি?



রবিনের কন্যা মিতা।

উদাহরণ 4. A, B এর পুত্র, B ও C হচ্ছে পরস্পর বোন, D হচ্ছে এর মা, E, D এর পুত্র। E এর সঙ্গে A এর সম্পর্ক কি?

A এর মামা হচ্ছে E।

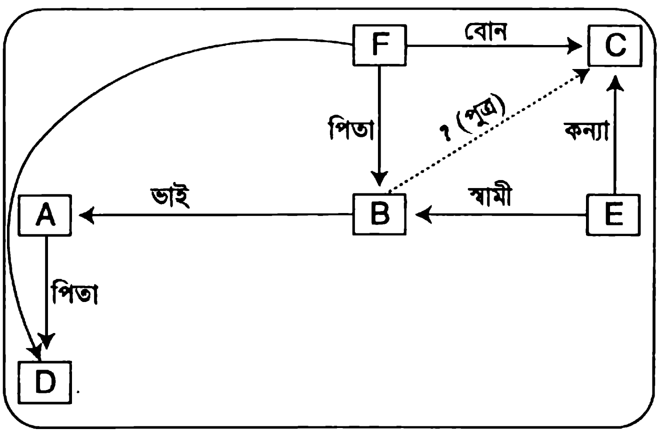
উদাহরণ 5. রেবার দিকে লক্ষ্য করে মিলন বলল, 'তিনি আমার বাবার বাবার একমাত্র পুত্রের স্ত্রী'।

রেবার পুত্র মিলন।

উদাহরণ 6. M এবং N দুই বোন। O এবং P দুই ভাই। M এর কন্যা হচ্ছে P এর বোন। N এর সঙ্গে O এর সম্পর্ক কী?

উদাহরণ 7. A, B দুই ভাগ। C, A এর বোন। D, A এর ভাই। E, B এর কন্যা, তবে (i) C এর সঙ্গে E এর সম্পর্ক? (ii) E এর সঙ্গে D এর সম্পর্ক কি?

উদাহরণ 8. একটি পরিবারে ছয়জন A, B, C, D, E, F সদস্য। এর মধ্যে C হচ্ছে F এর বোন। A হচ্ছে E এর স্বামীর ভাই। D হচ্ছে A এর পিতা ও F এর দাদা। পরিবারে 2 জন পিতা ও একজন মাতা আছেন। কয়েকটি প্রশ্ন করা যায়।



1. E ও F এর মধ্যে সম্পর্ক কী?
2. পরিবারে মাতা কে?
3. পরিবারে পুরুষরা ক'জন? এবং কে কে?
4. E এর স্বামী কে?
5. পরিবারে মহিলা কারা?

সম্পর্কগুলির মধ্যে দেখা যায়

(i) D এর দুই পুত্র A ও B

(ii) E হচ্ছে B এর স্ত্রী

(iii) F ও C হচ্ছে যথাক্রমে B ও E এর পুত্র, কন্যা

উত্তরগুলি হল :

1. মাতা-পুত্র, 2, E,

3. 4 জন A, B, D, F, 4, B, 5, C, E

গাণিতিক সম্পর্ক

কতিপয় গাণিতিক বিষয়ের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে তার সমাধান করা যায়।

লাভ-ক্ষতি সংক্রান্ত বিষয় আলোচনা করছি।

প্রথমে কতগুলি বিষয় জানা প্রয়োজন।

ক্রয়মূল   যে মূল্যে দ্রব্য ক্রয় করা হয়।

বিক্রয়মূল্য : যে মূল্যে দ্রব্য বিক্রয় করা হয়।

উৎপাদন মূল্য বা উৎপাদন ব্যয়– দ্রব্য উৎপাদনের যে খচর হয় বা যে মূল্য হয়ে থাকে

লাভ/ক্ষতি   ক্রয়মূল্য থেকে বিক্রয়মূল্য বেশি হলে লাভ, আর কম হলে ক্ষতি হয়।

বিক্রয়মূল্য − ক্রয়মূল্য = লাভ, বা বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য + লাভ

ক্রয়মূল্য − বিক্রয়মূল্য = ক্ষতি বা, বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য − ক্ষতি।

(i) **ক্রয়মূল্য** 100 **টাকা, লাভ** 15% **হলে, বিক্রয়মূল্য** 115 **টাকা**

(ii) **ক্রয়মূল্য** 220 **টাকা, লাভ** 20% **হলে বিক্রয়মূল্য হয়** $220 \times \frac{120}{100}$ **টাকা**

$= 264$ টাকা

(iii) ক্রয়মূল্য 300 টাকা, ক্ষতি 10% হলে বিক্রয়মূল্য হয় $360 \times \frac{90}{100}$ টাকা

$= 324$ টাকা

(iv) বিক্রয়মূল্য 360 টাকা, ক্ষতি 10% হলে ক্রয়মূল্য হয় $360 \times \frac{100}{90}$ টাকা

$= 400$ টাকা

(v) বিক্রয়মূল্য 600 টাকা, লাভ 20% হলে ক্রয়মূল্য হয় $600 \times \frac{100}{120}$ টাকা = 500 টাকা

(vi) ক্রয়মূল্য 400 টাকা, বিক্রয়মূল্য 500 টাকা হলে লাভ = (500 − 400) টাকা = 100 টাকা

(vii) ক্রয়মূল্য 500 টাকা, বিক্রয়মূল্য 450 টাকা হলে ক্ষতি = (500 − 450) টাকা = 50 টাকা,

ক্ষতির শতকরা হার $\frac{50}{500} \times 100\% = 10\%$

লাভ ও ক্ষতি সাধারণত ক্রয়মূল্যের উপর ধরা হয়। বিক্রয়মূল্যের উপর লাভ ও ক্ষতি ধরা হলে তখন তা উল্লেখ করা হয়।

(viii) লাভ 120 টাকা, লাভ 15% হলে,

$$\text{ক্রয়মূল্য} = \frac{\text{লাভ}}{\text{লাভের হার}} = \frac{120}{15\%} \text{ টাকা} = \frac{120 \times 100}{15} \text{ টাকা} = 800 \text{ টাকা,}$$

(ix) লাভ 120 টাকা, বিক্রয়মূল্যের উপর লাভ 15%, ক্রয়মূল্য =?

ক্রয়মূল্য = (800 − 120) টাকা = 680 টাকা

ধার্যমূল্য ও কমিশনঃ ব্যবসায়ী দ্রব্যের ক্রয়মূল্যের উপর কিছু বাড়িয়ে মূল্য ধার্য করেন এবং এই ধার্যমূল্য দ্রব্যের গায়ে লিখে রাখেন। ঐ দ্রব্য বিক্রয় করার সময়ে বিক্রেতা ক্রেতাকে নির্দিষ্ট হারে ছাড় দেন। এই ছাড়কে কমিশন বলে।

(x) ক্রয়মূল্য 1000, 20% বৃদ্ধি করা হলে

$$\text{ধার্যমূল্য হয় } 1000 \times \frac{120}{100} \text{ টাকা} = 1200 \text{ টাকা।}$$

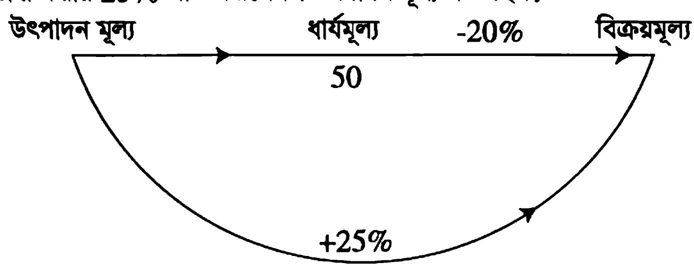
আবার, ধার্যমূল্য 1600 টাকা, ছাড় 10%

$$\text{বিক্রয়মূল্য হয় } 1600 \times \frac{90}{100} \text{ টাকা} = 1440 \text{ টাকা}$$

এখানে বেশির ভাগ সম্পর্কগুলি অনুভূমিক হয়। কিন্তু বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে উপর-নিচ করতে হয়। যখন একটি বিষয়ের বা বস্তুর ক্ষেত্রে সম্পর্কগুলি আলোচিত হয় তখন সাধারণত অনুভূমিক সম্পর্ক হয় আর ভিন্ন বস্তু বা বিষয়ের ক্ষেত্রে সম্পর্কগুলি উপর-নিচ করতে হয়।

কয়েকটি উদাহরণ দিয়ে আলোচনা করছি।

উদাহরণ 1. এক দ্রব্য উৎপাদক 50 টাকা ধার্যমূল্যের দ্রব্যকে 20% কমিশন দিয়ে বিক্রয় করায় 25% লাভ করলেন। উৎপাদন মূল্য কত ছিল?



ধার্যমূল্য : 50 টাকা, কমিশন 20%

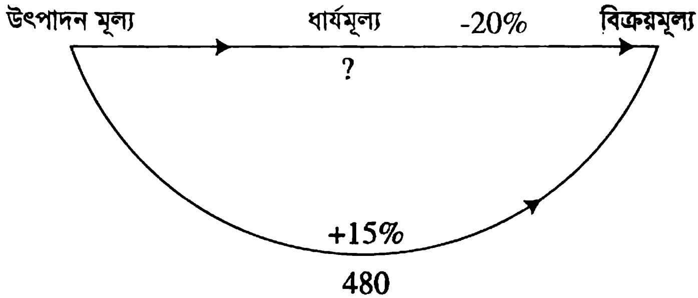
$$\Rightarrow \text{বিক্রয়মূল্য : } 50 \times \frac{80}{100} \text{ টাকা} = 40 \text{ টাকা, লাভ } 25\%$$

$$\Rightarrow \text{উৎপাদন মূল্য : } 40 \times \frac{100}{125} \text{ টাকা} = 32 \text{ টাকা}$$

মন্তব্য সম্পর্কের ($\rightarrow$) অভিমুখে বিক্রয়মূল্য হওয়ায় আনুপাতিক ভাগ হার $\frac{\text{'80'}}{100}$ হয়েছে।

সম্পর্কের ($\rightarrow$) বিপরীত দিকে, উৎপাদান মূল্য হওয়ায় আনুপাতিক ভাগ হার $\frac{\text{'100'}}{125}$ হয়েছে।

উদাহরণ 2. এক টেলিভিশান নির্মাতা ধার্যমূল্যের উপর 20% কমিশন দিয়ে 15% লাভে বিক্রয় করায় 480 টাকা লাভ করেন। ধার্যমূল্য কত ছিল



লাভ 480 টাকা, লাভ 15%

$\Rightarrow$ উৎপাদন মূল্য : $480 \times \frac{100}{15}$ টাকা = 3200 টাকা

বিক্রয়মূল্য : (3200 + 480) টাকা = 3680 টাকা, কমিশন 20%

$\Rightarrow$ ধার্যমূল্য : $3680 \times \frac{100}{80}$ টাকা 4600 টাকা

উদারহণ 3. A 2000 টাকায় একটি সাইকেল কিনে 4% লাভে তা B এর কাছে বিক্রয় করলেন। আবার B সাইকেলটি C এর কাছে 5% লাভে বিক্রয় করলেন। C কত টাকায় কিনলেন।

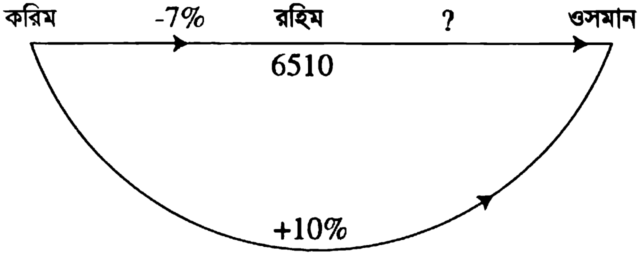
$$C : 2000 \times \frac{104}{100} \times \frac{105}{100} \text{ টাকা} = 2148 \text{ টাকা}$$

উদাহরণ 4. এক দ্রব্য নির্মাণকারী তার দ্রব্য 12% লাভে পাইকারি ব্যবসীয়াকে পাইকারী ব্যবসায়ী 10% লাভে দোকানদারকে এবং দোকানদার 8% লাভে ক্রেতাকে 8316 টাকায় বিক্রয় করলেন। দ্রব্যের নির্মাণ খরচ কত ছিল।

$$\text{নির্মাণ খরচ} : 8316 \times \frac{100}{108} \times \frac{100}{110} \times \frac{100}{112} \text{ টাকা} = 6250 \text{ টাকা}$$

উদাহরণ 5. কল্যাণ 6510 টাকায় রমেনকে একটি দ্রব্য বিক্রয় করায় 7% ক্ষতি হলে, রমেন দ্রব্যটি সুমনকে যে মূল্যে বিক্রয় করেছেন সেই মূল্যে কল্যাণ সুমনকে

বিক্রয় করলে 10% লাভ করতেন। **রমেন কত লাভ করেছিলেন? কত শতাংশ লাভ হল?**



রমেন   6510 টাকা

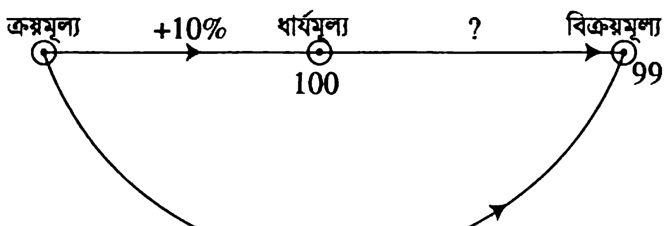
$\Rightarrow$ কল্যাণ $6510 \times \dfrac{100}{93}$ টাকা = 7000 টাকা

$\Rightarrow$ সুমন : $7000 \times \dfrac{110}{100}$ টাকা = 7700 টাকা

রমেশের লাভ : (7700 − 6510) টাকা = 1190 টাকা

লাভের শতকরা হার : $\dfrac{1190}{6510} \times 100\% = 18\dfrac{26}{93}\%$

উদাহরণ 6. এক ব্যক্তি ক্রয়মূল্যের উপর 10% বৃদ্ধি করে ধার্যমূল্য ধরে তার উপর কিছু কমিশন দিয়ে বিক্রয় করায় তাঁর 1% ক্ষতি হল। শতকরা কত কমিশন দিয়েছিলেন?



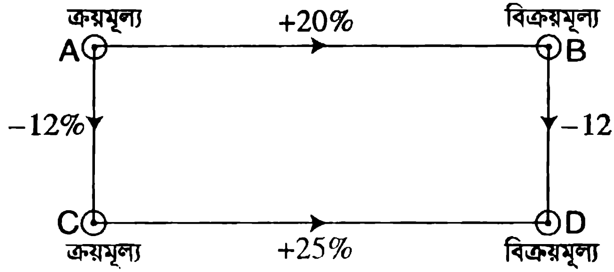
ধরি, ক্রয়মূল্য 100 টাকা, বৃদ্ধি 10% $\Rightarrow$ ধার্যমূল্য 110 টাকা,

আবার, ক্রয়মূল্য 100 টাকা, ক্ষতি 1% $\Rightarrow$ বিক্রয়মূল্য 99 টাকা,

কমিশন (110 − 99) টাকা = 1 টাকা

কমিশনের শতকরা হার $\dfrac{11}{110} \times 100\% = 10\%$

উদাহরণ 7. এক ব্যবসায়ী কোন বস্তু 20% লাভে বিক্রয় করলেন। যদি 12% কমে বস্তুটি কিনতেন এবং পূর্বের বিক্রয়মূল্য থেকে 12 টাকা কমে বিক্রয় করতেন তাহলে 25% লাভ পেতেন। পূর্বের ক্রয়মূল্য কত ছিল?



A   100 টাকা ধরি, লাভ 20, হ্রাস 12%

$(A \rightarrow B) \quad \Rightarrow B \quad (100 + 20)$ টাকা = 120 টাকা

$(A \rightarrow C) \quad \Rightarrow C \quad (100 - 12)$ টাকা = 88 টাকা, লাভ 25%

$(C \rightarrow D) \quad \Rightarrow D \quad 88 \times \frac{125}{100}$ টাকা = 110 টাকা

$B - D = (120 - 110)$ টাকা = 10 টাকা

বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য (টাকা) ক্রয়মূল্য (টাকা)

10 ↑	100 ↑	(সরল সম্পর্ক)*
12	?	

$\Rightarrow$? (ক্রয়মূল্য)   100 = 12   12

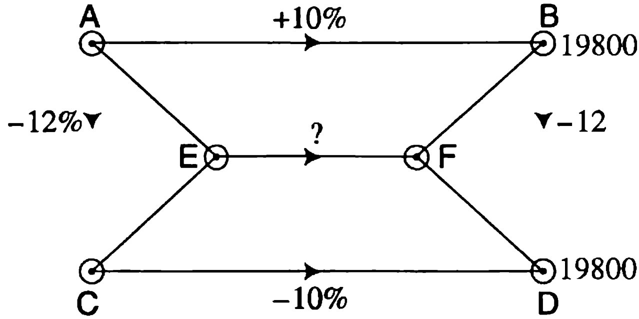
$$\text{ক্রয়মূল্য} = \frac{100 \times 12}{10} \text{ টাকা} = 120 \text{ টাকা}$$

অন্যভাবে,

বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য 10 টাকা হলে ক্রয়মূল্য হয় 100 টাকা

বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য 12 টাকা হলে ক্রয়মূল্য হয় $\frac{100}{10} \times 12$ টাকা = 120 টাকা

উদাহরণ 8. এক ব্যক্তি দুটি মোট সাইকেল প্রত্যেকটি 19800 টাকায় বিক্রয় করলেন। প্রথমটিতে 10% লাভ, দ্বিতীয়টিতে 10% ক্ষতি হল। মোটের উপর তার শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হল?



বিক্রয়মূল্য (B) 19800 টাকা লাভ 10%

$\Rightarrow$ প্রথমটির ক্রয়মূল্য (A) $19800 \times \frac{100}{110}$ টাকা = 18000 টাকা

বিক্রয়মূল্য (D) 19800 টাকা, ক্ষতি 10%

$\Rightarrow$ দ্বিতীয়টি ক্রয়মূল্য (D) $19800 \times \frac{90}{100}$ টাকা = 22000 টাকা

E = A + C = (18000 + 22000) টাকা = 40,000 টাকা

F = B + D = (19800 + 19800) টাকা = 39600 টাকা

মন্তব্য সরল সম্পর্কটি তীরচিহ্ন দিয়ে বোঝানো হয়েছে। চিহ্নের অভিমুখ অনুযায়ী পাই, ? (ক্রয়মূল্য, ধরি x) : 100 = 12 10

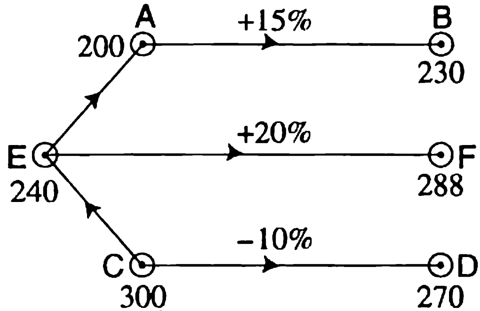
বা, $\frac{x}{100} = \frac{12}{10}$ বা, $x = \frac{100 \times 12}{10}$

অনুরূপে, প্রথম পদ = $\frac{\text{দ্বিতীয় পদ} \times \text{তৃতীয় পদ}}{\text{চতুর্থ পদ}}$

ক্ষতি = (40000 – 39600) টাকা = 400 টাকা

ক্ষতির শতকরা হার $\frac{400}{40000} \times 100\% = 10\%$

উদাহরণ 9. এক ব্যবসায়ী 230 টাকা কেজি দরে চা বিক্রয় করে 15% লাভ করেন। দ্বিতীয় প্রকার চা 270 টাকা কেজি দরে বিক্রয় করায় 10% ক্ষতি হল। দুই প্রকার চা কী অনুপাতে মিশ্রিত করে 288 টাকা কেজি দরে বিক্রয় করলে 20% লাভ করতে পারেন?



প্রথম প্রকার এক কেজি চায়ের বিক্রয়মূল্য

(B) 230 টাকা লাভ 15%

$\Rightarrow$ ক্রয়মূল্য (A) $230 \times \frac{100}{115}$ টাকা = 200 টাকা

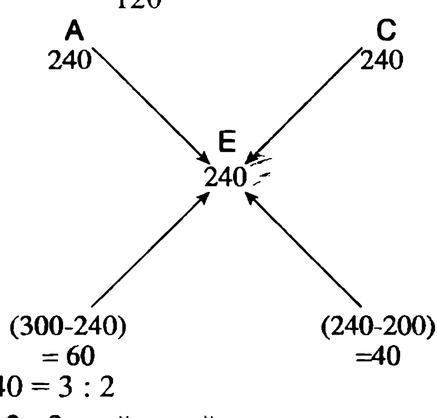
দ্বিতীয় প্রকার এক কেজি চায়ের বিক্রয়মূল্য

(D) 270 টাকা, ক্ষতি 10%

$\Rightarrow$ ক্রয়মূল্য (C) $270 \times \frac{100}{90}$ টাকা = 300 টাকা

মিশ্রিত এক কেজি চায়ের বিক্রয়মূল্য (F) 288 টাকা, লাভ 20%

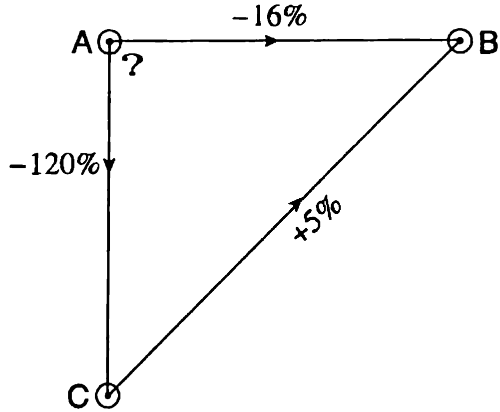
$\Rightarrow$ ক্রয়মূল্য (E) $288 \times \frac{100}{120}$ টাকা = 240 টাকা



A : C = 60: 40 = 3 : 2

দুই প্রকার চা 3 : 2 অনুপাতে মেশাতে হবে।

উদাহরণ 10. কোনো দ্রব্যের ক্রয়মূল্য 120 টাকা কমে গেলে 16% ক্ষতির পরিবর্তে 5% লাভ হয়। পূর্বের ক্রয়মূল্য কত ছিল?



ধরি, ক্রয়মূল্য (A) 100 টাকা, ক্ষতি 16%

$\Rightarrow$ বিক্রয়মূল্য (B) : (100 − 16) টাকা = 84 টাকা, লাভ 5%

(B $\rightarrow$ C) : $\Rightarrow$ পরের ক্রয়মূল্য (C) = $84 \times \frac{100}{105}$ টাকা = 80 টাকা

ক্রয়মূল্য হ্রাস : (100 − 80) টাকা = 20 টাকা

ক্রয়মূল্য হ্রাস (টাকা) ক্রয়মূল্য (টাকা)

10 $\uparrow$	100 $\uparrow$	(সরল সম্পর্ক)
120	?	

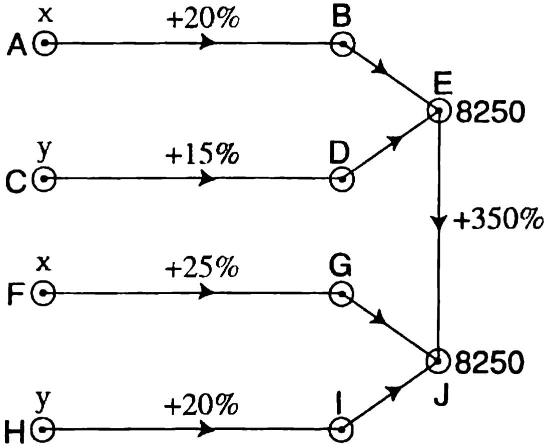
$\Rightarrow$? (ক্রয়মূল্য) : 100 = 120 = 20

$$\text{ক্রয়মূল্য} = \frac{100 \times 120}{20} \text{ টাকা} = 600 \text{ টাকা}$$

অন্যভাবে, হ্রাস 20 টাকা হলে ক্রয়মূল্য 100 টাকা

হ্রাস 120 টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{100}{20} \times 120$ টাকা = 600 টাকা

উদাহরণ 11. এক ব্যক্তি 8250 টাকায় একটি ঘোড়া 20% লাভে ও একটি গরু15% লাভে বিক্রয় করল। যদি সে ঘোড়া 25% লাভে ও গরু20% লাভে বিক্রয় করত তবে সে আরও 350 টাকা বেশি পেত। ঘোড়া গরুর ক্রয়মূল্য কত ছিল?



ধরি, ঘোড়ার ক্রয়মূল্য (A, F) : x টাকা

গরুর ক্রয়মূল্য (C, H) : y টাকা

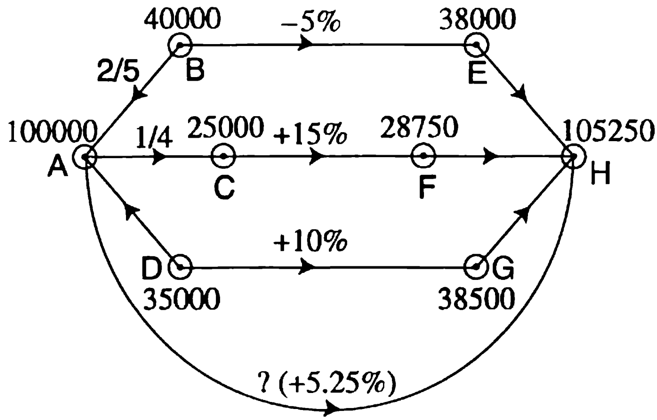
E $\quad x \times \frac{120}{100} + y \times \frac{115}{100} = 8250 \Rightarrow 24x + 23y = 165000$

J $\quad x \times \frac{125}{100} + y \times \frac{120}{100} = 8250 + 350 \Rightarrow 25x + 24y =$ 172000

সমাধান করে পাই, $x = 4000, y = 3000$

ঘোড়ার মূল্য 4000 টাকা, গরুর মূল্য 3000 টাকা

উদাহরণ 12. কল্যাণ 100000 টাকায় কিছু পরিমাণ বাস্ত কিনে বাস্তর $\frac{2}{5}$ অংশ 5% লোকসানে, $\frac{1}{4}$ অংশ 15% লাভে, বাকি বাস্ত 10% লাভে বিক্রয় করলেন। তিনি মোটের উপর কত শতাংশ লাভ বা ক্ষতি পেলেন?



A : 100000

$B : \frac{2}{5} \times 100000 = 40000$

$C : \frac{1}{4} \times 100000 = 25000$

$D : 100000 - (40000 + 25000) = 35000$

$E : 40000 \times \frac{95}{100} = 38000$

$F : 25000 \times \frac{115}{100} = 28750$

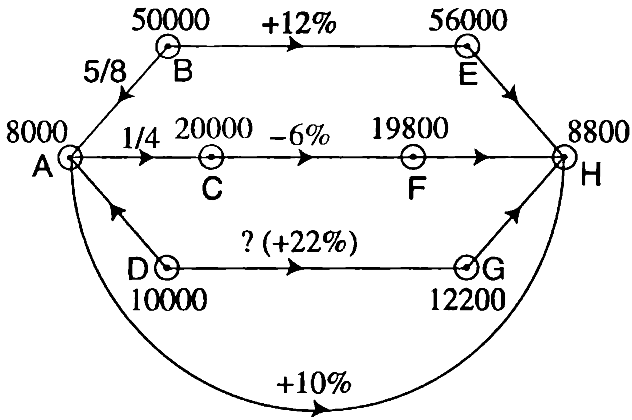
$G : 35000 \times \frac{110}{100} = 38500$

$H = E + F + G = 38000 + 28750 + 38500 = 105250$

লাভ $= H - A = 105250 - 100000 = 5250$

লাভের শতকরা হার $\frac{5250}{100000} \times 100\% = 5.25\%$

উদাহরণ 13. সুমন 80000 টাকায় কিছু পরিমাণ কৃষিজমি কিনে ঐ জমির $\frac{5}{8}$ অংশ 12% লাভে, $\frac{1}{4}$ অংশ 6% লোকসানে এবং বাকি জমি কত শতাংশ লাভে বিক্রয় করলে তিনি মোটের উপর 10% লাভ পাবেন?



A 80000

B $\frac{5}{8} \times 80000 = 50000$

C : $\frac{1}{4} \times 80000 = 20000$

D 80000 (50000 + 20000) = 10000

E $50000 \times \frac{112}{100} = 56000$

F : $20000 \times \frac{94}{100} = 19800$

$(A - H) \Rightarrow H \quad 80000 \times \frac{110}{100} = 88000$

$G = H - (E + F) = 88000 - (56000 + 19800) = 12200$

লাভ $= G - D = 12200 - 10000 = 2200$

লাভের শতকরা হার $\frac{2200}{10000} \times 100\% = 22\%$

গণিতে আতঙ্কের কারণ

বেশির ভাগ ছেলে-মেয়েরা গণিতকে এড়িয়ে চলে এবং গণিতযুক্ত বিষয় থেকেও মন সরিয়ে নেয়। কেন হয় এমন? এই কারণে কতগুলি প্রশ্ন আসে। যেমন

কেন গণিত করতে পারে না?

কেন গণিত ভাল লাগে না?

গণিতে অনীহা কেন?

গণিতে আতঙ্ক কেন? আতঙ্কের কারণ কী?

গণিতে আতঙ্কের কারণগুলি পরপর ধারাবাহিকভাবে অনুক্রমে তুলে ধরছি এবং কারণগুলি মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করছি।

১. গাণিতিক মূল্যবোধ সম্পর্কে ধারণা না থাকা

২. আদর্শবোধ না থাকা

৩. দায়িত্ববোধ বা দায়বদ্ধতা উপেক্ষা করা

৪. নিজের মূল্যবোধ না থাকা

৫. যুক্তিনির্ভর ভাবনা না থাকা

৬. বিষয়টি সম্পর্কে চিন্তা না করা

৭. গণিতে প্রাথমিক জ্ঞান না থাকা

৮. পূর্বজ্ঞান না থাকা

৯. অভিজ্ঞতা না থাকা

১০. সাধারণ নিয়ম না জানা, সঠিক পদ্ধতি ও ফর্মুলা প্রয়োগ করতে না পারা

১১. ক্রমাগত গণিত করতে না পারা

১২. অনুশীলন না করা

১৩. অপুষ্টিতে ভোগা, অসুস্থতা, মানসিক স্বাস্থ্য সহায়ক না হওয়া

১৪. আর্থ-সামাজিক বৈষম্যে, দারিদ্রে হীনমন্যতা বোধ করা

১৫. স্মৃতিশক্তি দুর্বল থাকা

১৬. বাড়ির পরিবেশ সহায়ক না হওয়া

১৭. সময় না দেওয়া

১৮. দীর্ঘদিন পাঠে/স্কুলে অনুপস্থিত থাকা

১৯. বাড়ির কাজে/বাইরের কাজে বেশি সময় নিযুক্ত থাকা

২০. বন্ধুদের সঙ্গে বেশি সময় আড্ডা থাকা ও বন্ধুদের মধ্যে গণিতে আগ্রহ না থাকা

২১. উপযুক্ত প্রশিক্ষণ না থাকা

২২. প্রশিক্ষক অন্য বিষয়ে চাপ দেওয়া

২৩. বিদ্যালয়ে পরিবেশ সহায়ক না হওয়া

২৪. বিদ্যালয়ের শিক্ষকদের পাঠে উৎসাহ বোধ না করা

২৫. পাঠদান পদ্ধতি আগ্রহ সঞ্চার না করা

আমি শুভ্র শ্যাম। জন্ম- ১৯৮২ চট্টগ্রাম জেলার মঘাদিয়া গ্রামে। পড়াশুনা- জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয় থেকে অর্থনীতিতে মাস্টার্স। গণিত আমার প্রিয় বিষয়। ছাত্রজীবনে আমার অনেক বন্ধুকে দেখেছি গণিতের বিড়ম্বনার শিকার হতে। গণিত তাদের ছাত্রজীবনকে ক্ষনস্থায়ী করার জন্য নিজের সর্বাত্রক চেষ্টা চালিয়েছে। অনেকে শেষ পর্যন্ত গণিতের চেষ্টার কাছে হার মেনেছে। ছাত্রজীবনে গণিতকে জয় করার যুদ্ধে আমাদের ভবিষ্যৎ প্রজন্ম যাতে জয়ী হতে পারে তার জন্য আমার এই গণিত বিষয়ক বই "গণিত নিয়ে মজার খেলা"। আমি মনে-প্রাণে বিশ্বাস করি, আমাদের ক্ষুদে গণিতবিদেরা গণিতকে জয় করার যুদ্ধে বাকি সবাইকে পেছনে ফেলে নিজেদেরকে সামনে এগিয়ে রাখবে।

ISBN 978-984-8881-08-4